



Universidade Estadual de Maringá
Centro de Ciências Exatas
Departamento de Física

Trabalho de Conclusão de Curso

**A biodiversidade em modelos RPS
altamente reativos com mais de três espécies**

Acadêmico: Alisson Eric Silva Ferreira de Souza

Orientador: Prof. Dr. Breno Ferraz de Oliveira

Maringá, 28 de janeiro de 2025



Universidade Estadual de Maringá
Centro de Ciências Exatas
Departamento de Física

Trabalho de Conclusão de Curso

A biodiversidade em modelos RPS altamente reativos com mais de três espécies

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Física da Universidade Estadual de Maringá, sob orientação do professor Dr. Breno Ferraz de Oliveira, como parte dos requisitos para obtenção do título de bacharel em Física

Acadêmico: Alisson Eric Silva Ferreira de Souza

Orientador: Prof. Dr. Breno Ferraz de Oliveira

Maringá, 28 de janeiro de 2025

Sumário

Agradecimentos	iii
Resumo	iv
Introdução	1
1 Fundamentação Teórica	4
1.1 Precusores do RPS	4
1.2 O modelo RPS altamente reativo	5
2 Metodologia	7
3 Resultados	9
3.1 RPS4 Padrão	9
3.2 RPS4 HC-A	13
3.3 RPS4 HC-AB	18
3.4 RPS4 HC-AC	24
3.5 RPS4 HC-ABC	29
3.6 RPS4 HC-ABCD	34
3.7 RPS4 HR-A	40
3.8 RPS4 HR-AB	45
3.9 RPS4 HR-AC	47
3.10 RPS4 HR-ABC	53
3.11 RPS4 HR-ABCD	55
4 Perspectivas Futuras	61
4.1 RPS4 HC-A e seu comportamento	61
4.2 RPS4 HC-AC e seu comportamento	61
4.3 A semelhança entre o RPS4 HC-AC e HR-AC	62
4.4 RPS4 HR-A e seu comportamento	62
4.5 RPS4 HR-AB e seu comportamento	62
4.6 RPS5 e sua variações	62

Considerações Finais	63
Referências Bibliográficas	64

Agradecimentos

Meus sinceros agradecimentos ao professor Dr. Breno Ferraz de Oliveira pela dedicação em corrigir e orientar o presente trabalho, gostaria de agradecer também à professora Dra. Hatsumi Mukai pela orientação inicial na forma de coordenação da disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso, no decorrer do trabalho, foi de grande valor.

Não poderia deixar de agradecer a todos os professores que tive contato, por sempre estarem dispostos e pacientes ao ensinar.

Por fim e mais importante, à minha família, por todo suporte emocional e financeiro que precisei, em especial minha irmã por sempre estar presente, até de mais eu diria e, a meus pais, por me incentivarem de maneira constante a estudar desde de tenra idade.

Resumo

Uma vez que há um comportamento distinto em pequena e grande escala dos modelos RPS, podemos estudar o modelo dentro dos *sistemas complexos*. A importância do estudo dos modelos RPS é a mesma para diversos outros modelos que tenham a mesma universalidade, ou seja, estudar um modelo de sistema complexo faz com que seja possível obter informações acerca de outros modelos devido a semelhança na descrição do mesmo. O modelo RPS consiste em ter N espécies que interagem segundo alguma regra dada inicialmente, com essa definição, temos infinitas possibilidades de modelos a serem estudados, desde o número N de espécies (um número inteiro) até o comportamento de larga escala alterando as taxas de interação entre as espécies. O presente trabalho faz uma observação do comportamento em diferentes escalas de um modelo RPS altamente reativo, ou seja, em que a interação entre as espécies ocorre com maior intensidade (mais de um indivíduo numa mesma interação). O método utilizado é a simulação usando números aleatórios para determinar o ponto de interação no espaço, é realizado também o incremento do tamanho do espaço para verificar o comportamento final da simulação e, diante disso, foi obtido uma lei de potência que descreve a relação da biodiversidade do modelo RPS observado com o tamanho da nossa rede, em que foi identificado que quanto maior a rede, maior a probabilidade da mesma apresentar biodiversidade (nenhuma espécie em extinção).

Palavras chave: física, sistemas complexos, simulação, RPS.

Introdução

O RPS (*rock-paper-scissors* ou pedra-papel-tesoura) é um jogo praticado geralmente por crianças ou entre duas pessoas para tomar a decisão de quem é o vitorioso entre estes, num primeiro momento, essa característica, que chamamos de descrição do sistema, pode parecer sem finalidade científica, contudo é também uma representação similar a alguns sistemas que podem ser observados pela ciência, a saber: de reações químicas à dinâmica de populações. Podemos usar o modelo RPS para estudar a dinâmica de populações considerando cada entidade do RPS como uma espécie, além disso, ao invés uma interação entre duas espécies, podemos generalizar isso para muitos indivíduos e, dessa forma, observar o comportamento em grande escala desse sistema.

Do ponto de vista da ecologia, a identificação dos mecanismos que proporcionam a biodiversidade é um dos objetivos do seu estudo, ou seja, é objeto de estudo da ciência identificar as características que possibilitam a persistência de todas as espécies no decorrer do tempo (biodiversidade). Uma vez que a relação de predação não é transitiva entre as espécies, em que uma espécie predadora outra, mas a recíproca não é verdadeira, faz-se objeto de estudo o comportamento de um sistema como do jogo pedra-papel-tesoura, pois também tem relação não transitiva [1].

Considerando o jogo RPS, podemos considerar cada opção como uma espécie, ou seja, A como tesoura, B como papel e C como pedra, dessa forma as regras de predação do sistema ficam da seguinte forma: A predador B, B predador C e C predador A, como representado pela figura 1.

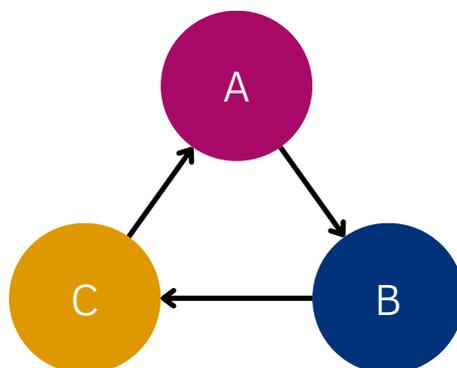


Figura 1: Visualização da predação no jogo pedra-papel-tesoura, em que A é tesoura, B o papel e C a pedra.

Com essa abordagem, temos um sistema similar a uma iteração entre espécies num ambiente e, conseguimos representar com diferentes estratégias (simulações ou cálculos numéricos) as relações entre as espécies, ou seja, o comportamento em grande escala, além disso, podemos alterar a mobilidade, a taxa de reprodução ou de predação (a depender de como foi modelado o sistema) e assim visualizar a forma dessa rede no decorrer do tempo, um exemplo é a identificação de junções segundo uma proporção que relaciona o tempo e também a identificação de espirais [2].

Estudar o modelo RPS está dentro do estudo de sistemas complexos, em que o seu comportamento depende crucialmente de seus detalhes [3], com isso, fazendo alterações nos parâmetros do sistema, ou seja, na probabilidade de predação, na probabilidade de reprodução, no número de espécies e outros, observamos um comportamento distinto e, dentre as diversas formas de comportamento, estamos interessados na *mínima descrição para descrever o comportamento final do sistema*, isto quer dizer que, com base num comportamento final específico (como a biodiversidade), desejamos encontrar a um modelo que é descrito com poucos parâmetros ou leis [4].

Diante do fato de que o modelo RPS pode ser usado no estudo de um outro tema devido a sua semelhança, como a dinâmica de populações, e, que o modelo RPS é um sistema complexo, identificamos que existe *universalidade* nesse formato, ou seja, a representação matemática de um sistema numa escala pode descrever o comportamento de outro sistema [4]. A influência das relações entre os indivíduos na grande escala do sistema e o comportamento em grande escala do sistema, são dois aspectos que o identificam, e, aliado com o conceito de universalidade, podemos tratar de maneira mais ampla o modelo RPS para outras relações, ou seja, as proposições acerca do RPS podem ser usadas inicialmente em outros sistemas para tomada de decisão, sendo essa uma característica dos sistemas complexos, um bom exemplo é a tentativa de prever e prevenir a violência étnica [5,6].

Para o presente trabalho, consideramos o modelo RPS com 4 espécies, em que é observado algumas características presentes no modelo RPS de 3 espécies, como por exemplo o padrão de espirais (esse comportamento será abordado mais adiante) [2]. Na figura 2 é apresentado um esquema da predação do RPS com 4 espécies, aqui temos uma predação bidirecional entre as espécies que não tem interação num formato cíclico, ou seja, entre as espécies A e C, bem como entre as espécies B e D. O modelo RPS já foi estudado em outro contexto [7] (regras diferentes do abordado no escopo desse trabalho) o que demonstra a versatilidade do mesmo.

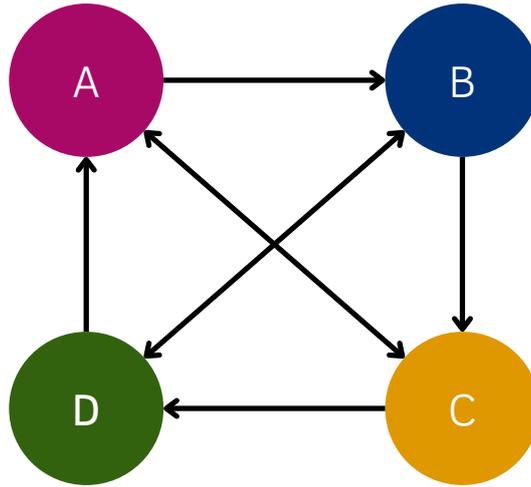


Figura 2: Visualização da predição no modelo RPS com 4 entidades/espécies.

Iniciamos no [Capítulo 1](#) com uma fundamentação teórica com a finalidade de apresentar o tema, sua importância e o escopo do presente trabalho, já no [Capítulo 2](#) aprofundamos como o trabalho foi desenvolvido, em que apresentamos o algoritmo, a execução do mesmo e como foi obtido os resultados. Finalizado a parte de introdução e de como o trabalho foi desenvolvido, passamos ao [Capítulo 3](#) para mostrar e analisar os resultados e, por fim, a partir dos resultado, abordamos no [Capítulo 4](#) as perspectivas futuras e depois passamos para as [Considerações Finais](#)

Capítulo 1

Fundamentação Teórica

1.1 Precursores do RPS

Os sistemas complexos são frequentemente estudados em diferentes tipos de investigação, pois é uma ciência quantitativa, preditiva e experimental que interage de forma generalizada com entidades (elementos do sistema) generalizada. Portanto, os sistemas complexos não são apenas um ramo da física, da biologia ou das ciências sociais, mas uma disciplina de todas essas áreas de estudos [8]. Por meio da característica de generalização dos sistemas complexos para diferentes escopos de estudos, algumas propriedades comuns surgem em diversos sistemas, como exemplo podemos citar a criticalidade e as leis de potência, esses atributos são compartilhados com modelos distintos [9].

Os trabalhos pioneiros na dinâmica de populações no contexto do presente trabalho, remontam ao século XX, dando início com Alfred J. Lotka em 1920 [10], o trabalho de Vito Volterra em 1926 [11] e a abordagem não linear de Robert M. May e Warren J. Leonard [12].

Lotka partiu da consideração de várias espécies em que cada uma tinha uma massa diferente, dessa forma obteve um sistema de equações e, com isso pode descrever a dinâmica de sistemas orgânicos e ainda sugeriu que poderia ser aplicado a sistemas inorgânicos no processo de transformação química [10]. Já Volterra considerou um sistema com apenas 2 espécies, em que para a primeira havia muito comida no ambiente e, a segunda predava a primeira, com isso ele observou que (a) a oscilação das espécies era periódica e dependia da taxa de crescimento e destruição do modelo, (b) que a média da quantidade de cada espécie tende a um valor constante e (c) que no caso de destruição uniforme e proporcional das duas espécies, a primeira tende a aumentar seus indivíduos e a segunda a diminuir [11].

Já o trabalho de Robert M. May e Warren J. Leonard utilizou um sistema de equações para 3 espécies e observou a possibilidade de sobrevivência de apenas uma destas, dessa forma enfatizou o efeito da não linearidade nesse modelo e fez uma análise matemática

para o sistema que possibilita o uso em outros sistemas tridimensionais [12].

O RPS clássico com 3 espécies não transitivo é estudado em diversos casos, como uma comparação com organismos vivos [1], o estudo para identificar a formação e propagação de populações microbianas [13] e, a previsibilidade da extinção para alta mobilidade no modelo [14]. No escopo do nosso trabalho, observamos o comportamento do modelo, com ênfase na sua biodiversidade, contudo, estamos interessados nas condições que proporcionam a biodiversidade num modelo RPS de 4 espécies com regra de predação dada pela figura 2, que aqui será denominado RPS4. Além disso, as alterações estão no contexto do espaço de interação de um indivíduo.

1.2 O modelo RPS altamente reativo

O RPS altamente reativo (do inglês *Highly Reactive - HC*), que é objeto de estudo no presente trabalho, consiste no modelo RPS com interação em mais de um vizinho, ou seja, numa rede plana em que um indivíduo tem 8 vizinhos (o vizinho da direita, da esquerda, de cima, de baixo e mais quatro nas diagonais), podemos optar por qualquer quantidade de vizinhos e esse número escolhido com alguma posição definida do vizinho caracteriza um parâmetro do nosso modelo. Aqui foi optado por usar 4 vizinho não diagonais, ou seja, o da direita, da esquerda, o de cima e o de baixo, com isso fica para um trabalho posterior uma análise com os vizinhos da diagonal ou com todos os vizinhos.

Mesmo que aqui seja usado um modelo altamente reativo, cujo comportamento foi descrito acima, ao invés de fazer todos os indivíduos terem esse comportamento, podemos variar as espécies/entidades que irão agir dessa forma, ou seja, em uma simulação fazemos apenas A ser altamente reativo (na reprodução ou na competição) e depois incrementamos com A e B sendo altamente reativos. Com isso, estamos interessados no comportamento do sistema para uma configuração, visto que se apenas A ou B for altamente reativo teremos o mesmo comportamento, não é necessário executar simulações para ambos individualmente, vamos demonstrar isso: se apenas A for altamente reativo, teremos um sistemas com uma espécie altamente reativa que tem predação mútua com uma outra que não é altamente reativa, esta última compete com mais uma espécie e é predada por outra que não é A, se trocarmos por apenas B ser altamente reativa, teremos a mesma configuração e isso vale para outros modelos, com isso temos as configurações com A, AB, AC, ABC e ABCD que apresentam comportamento distinto, quaisquer outros modelo (como B ou BC) terá comportamento como descrito num desses modelos.

O RPS altamente reativo já foi estudado em um trabalho anterior [15], mas em seu formato com 3 espécies, portanto faz-se necessário a observação do comportamento do RPS4 nos casos HC-A, HC-AB, HC-AC, HC-ABC e HC-ABCD, em que cada modelo pode ser altamente competitivo (ação de competição) ou altamente reprodutivo (ação e reprodução). Aqui iremos colocar o prefixo HC para um modelo altamente competitivo e

HR para um modelo altamente reprodutivo.

Capítulo 2

Metodologia

Todas as simulações foram realizadas numa máquina com a configuração disposta na tabela 2.1, num primeiro momento para as simulações, o código foi confeccionado na linguagem C++, e, para o manejo dos dados das simulações foi utilizado a linguagem Python.¹

Tabela 2.1: Dados sobre o ambiente em que as simulações foram executadas.

Hardware	
Processador	Intel Core i9-9900K 3.60GHz × 16
RAM	16 GB
Software	
Compilador	GCC 11.4.0
Linguagens	C e C++
Flags de compilação	-O3
Sistema Operacional	Ubuntu 22.04.3 LTS

Foi analisado o comportamento de 11 modelos, que estão dispostos no [Capítulo 3](#). Para cada modelo foram executadas 1000 simulações com alteração da posição inicial dos espaços vazios e das 4 espécies.

No algoritmo 1 podemos ver em pseudocódigo como funciona a simulação implementada, neste caso, temos o formato para o RPS padrão, ou seja, não existe alta reatividade. Para o caso de alguma espécie altamente competitiva, teremos uma única ação de competição interagindo com os 4 vizinhos não diagonais de uma dada posição selecionada anteriormente e, para uma ação de reprodução, a ação irá ocorrer também nos 4 vizinhos não diagonais. Na implementação isso foi feito em arquivos diferentes e pode ser visto no código que foi citado acima.

¹<https://gitlab.com/alissoneric/rps-highly-reactive/-/tree/1.0>

Algorithm 1 Algoritmo de Simulação

```
1: Seja  $N^2$  o número de posições na rede
2: Inicia o espaço
3: for  $i = 1$  to 10000 do
4:   for  $j = 1$  to  $N^2$  do
5:     Sortear um ponto não vazio
6:     Sortear uma ação
7:     if ação = Mover then
8:       Trocar a posição com o vizinho
9:     else if ação = Competir then
10:      Predar um vizinho
11:    else if ação = Reproduzir then
12:      if houver um vizinho vazio then
13:        Replicar num vizinho vazio
14:      end if
15:    end if
16:  end for
17:  if  $i \geq 5000$  then
18:    Persistir o resultado em arquivo
19:  end if
20: end for
```

O trabalho consistiu em implementar todos os 11 modelos RPS (padrão e suas variações), em que a probabilidade de executar a ação de movimento foi de 50% e de executar a ação de reprodução ou competição foi de 25% cada. Nas interações com os vizinhos de um individuo selecionado foi considerado uma condição de contorno, de forma a possibilitar sempre a interação com um vizinho. Depois foi executado com $N=500$, $N=1000$ e $N=2000$. Ao final desses casos, foi observado alguns padrões que poderia ter relação com o tamanho N , então foi realizado mais duas alterações no valor de N , a saber, $N=100$ e $N=200$.

Capítulo 3

Resultados

3.1 RPS4 Padrão

O modelo RPS4 consiste de 4 espécies (ou entidades) em que a relação de predação é dada pela figura 2, como já foi visto antes em [2] o modelo com 4 espécies apresenta o padrão de espirais, com isso, faz-se necessário reproduzir esse comportamento no formato dessa simulação para termos a base de comparação com os outros modelos em que foi alterado o espaço de interação. O percentual de biodiversidade e a predominância de apenas uma espécie está na tabela 3.1.

Tabela 3.1: Dados das 1000 simulações do modelo RPS4 padrão. A coluna **N** é a raiz quadrada do tamanho da rede, a **Biodiversidade** é o percentual de simulações em que sobrou todas as 4 espécies, por fim, **S=A**, **S=B**, **S=C** e **S=D** é o percentual em que sobrou apenas a espécie A, B, C e D respectivamente.

N	Biodiversidade	S=A	S=B	S=C	S=D
100	90,10 %	2,40 %	2,30 %	2,00 %	3,20 %
200	100 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
500	100 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
1000	100 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
2000	100 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %

Como esperado, a taxa de biodiversidade é 100% na maioria dos casos, pois apenas com **N=100** obtemos um percentual diferente de 100%, mas ainda bem alto. Portanto, sabemos que para um **N > 200** temos biodiversidade. Nas figuras 3.1 e 3.2 temos respectivamente a rede e a densidade das espécies para **N=100**, em que é um pouco difícil determinar se há ou não o padrão de espirais na rede, mas observamos o comportamento oscilatório da densidade das espécies e, esse mesmo comportamento é encontrado nas

redes maiores, que pode ser visto nas imagens 3.7, 3.8, 3.9 e 3.10, além de apresentarem o padrão de espirais nas imagens 3.3, 3.4, 3.5 e 3.6.

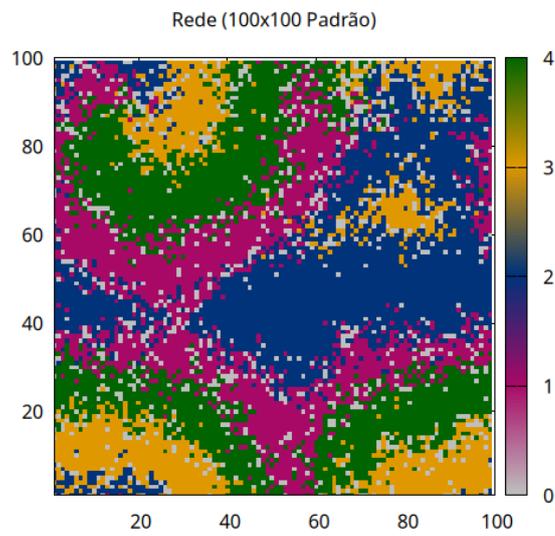


Figura 3.1: Rede do modelo RPS4 padrão com $N=100$ depois de 10 mil iterações.

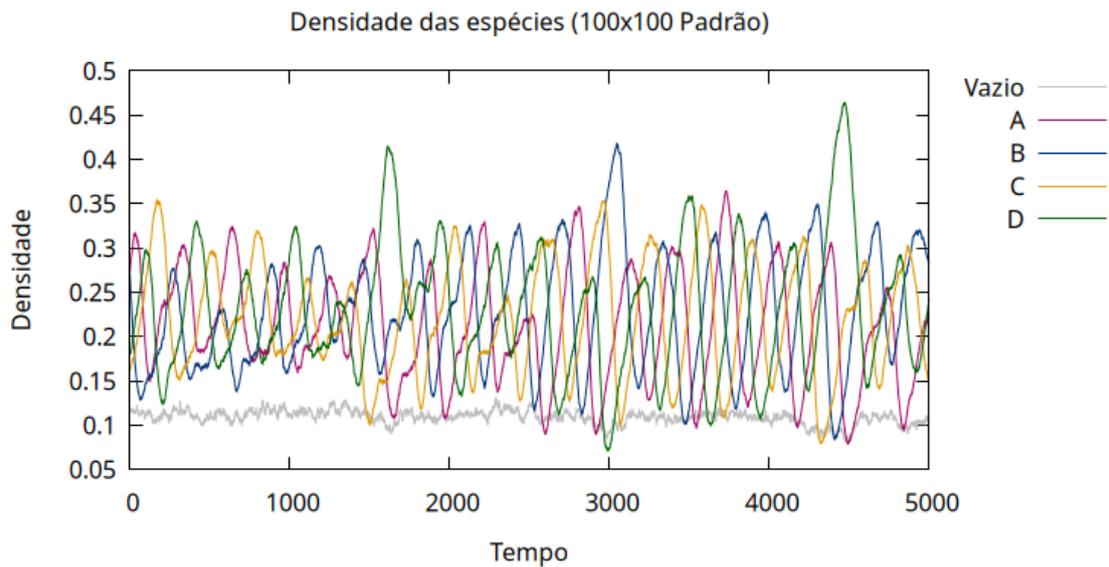


Figura 3.2: Densidade das espécies do modelo RPS4 padrão com $N=100$ a partir da iteração 5000 até 10000.

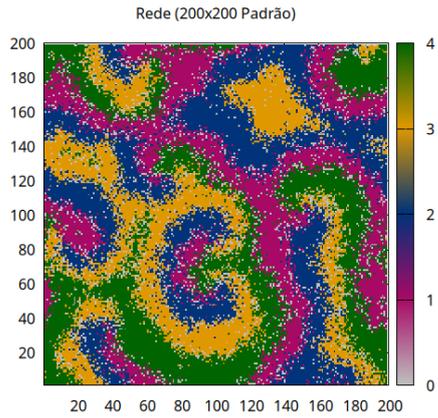


Figura 3.3: Rede do modelo RPS4 padrão com $N=200$ depois de 10 mil iterações.

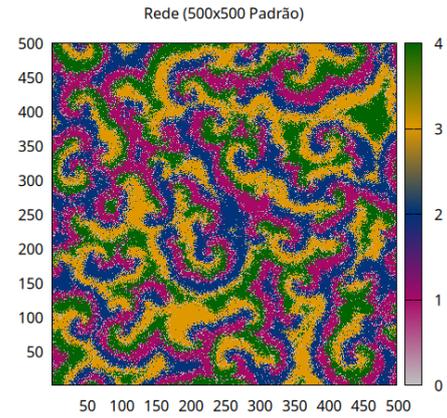


Figura 3.4: Rede do modelo RPS4 padrão com $N=500$ depois de 10 mil iterações.

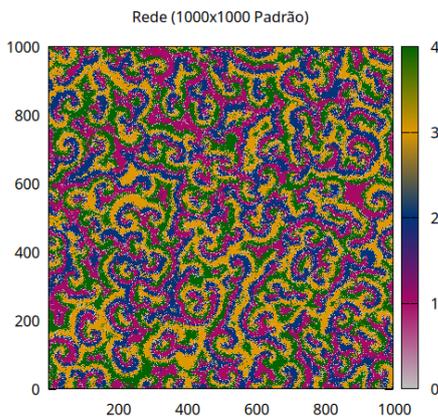


Figura 3.5: Rede do modelo RPS4 padrão com $N=1000$ depois de 10 mil iterações.

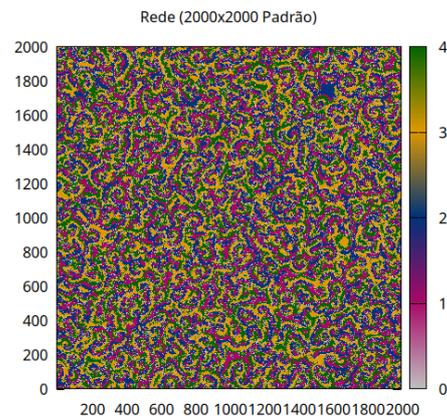


Figura 3.6: Rede do modelo RPS4 padrão com $N=2000$ depois de 10 mil iterações.

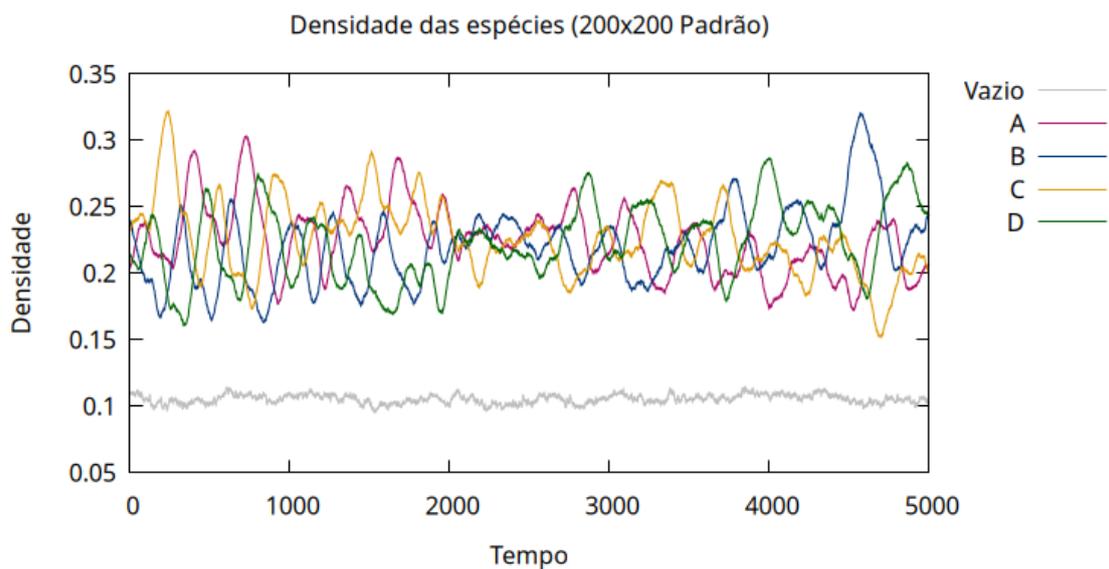


Figura 3.7: Densidade das espécies do modelo RPS4 padrão com $N=200$ a partir da iteração 5000 até 10000.

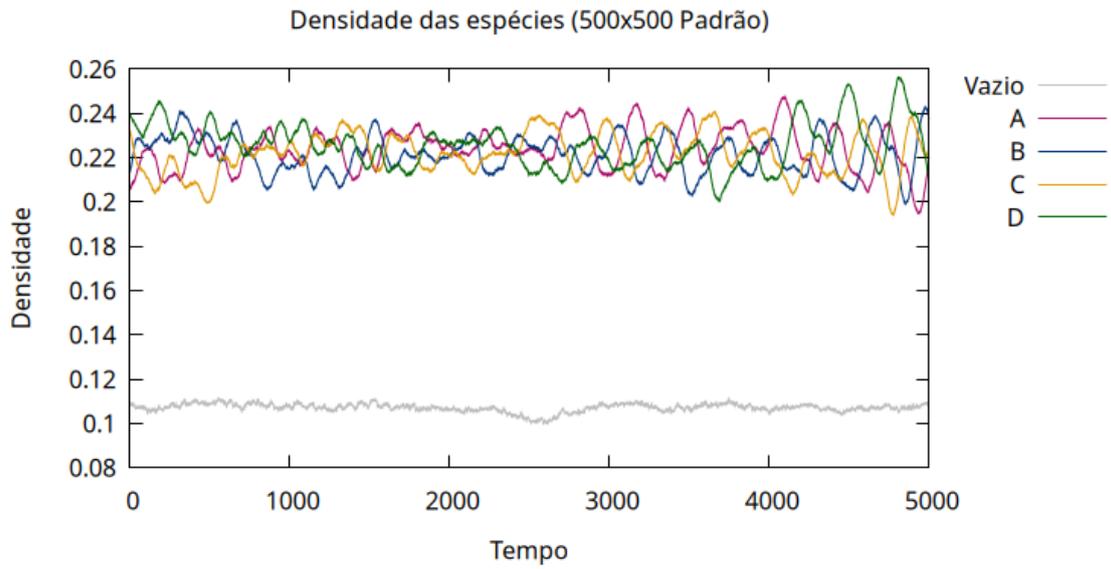


Figura 3.8: Densidade das espécies do modelo RPS4 padrão com $N=500$ a partir da iteração 5000 até 10000.

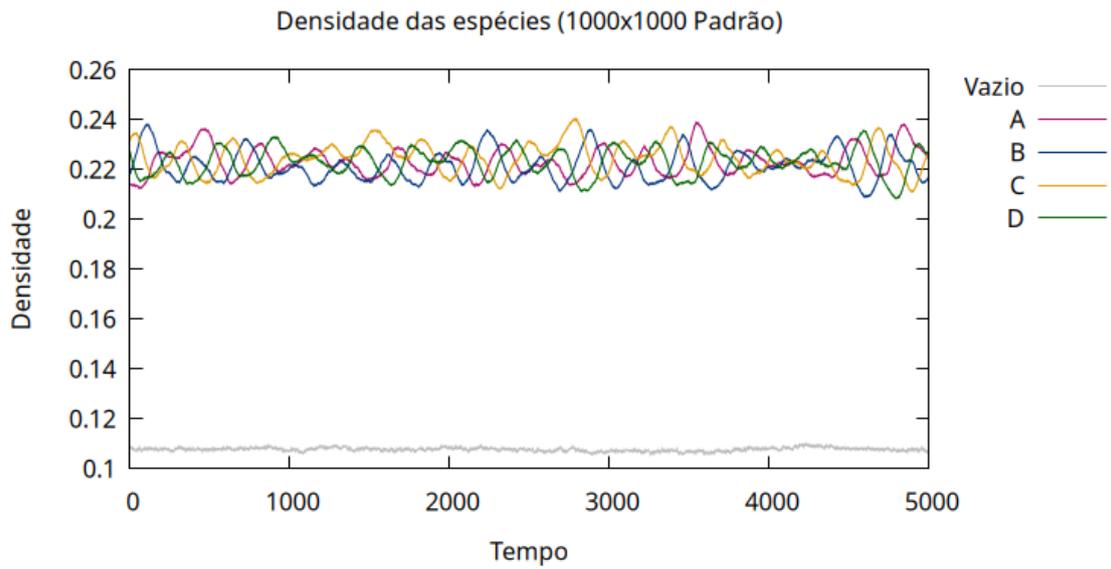


Figura 3.9: Densidade das espécies do modelo RPS4 padrão com $N=1000$ a partir da iteração 5000 até 10000.

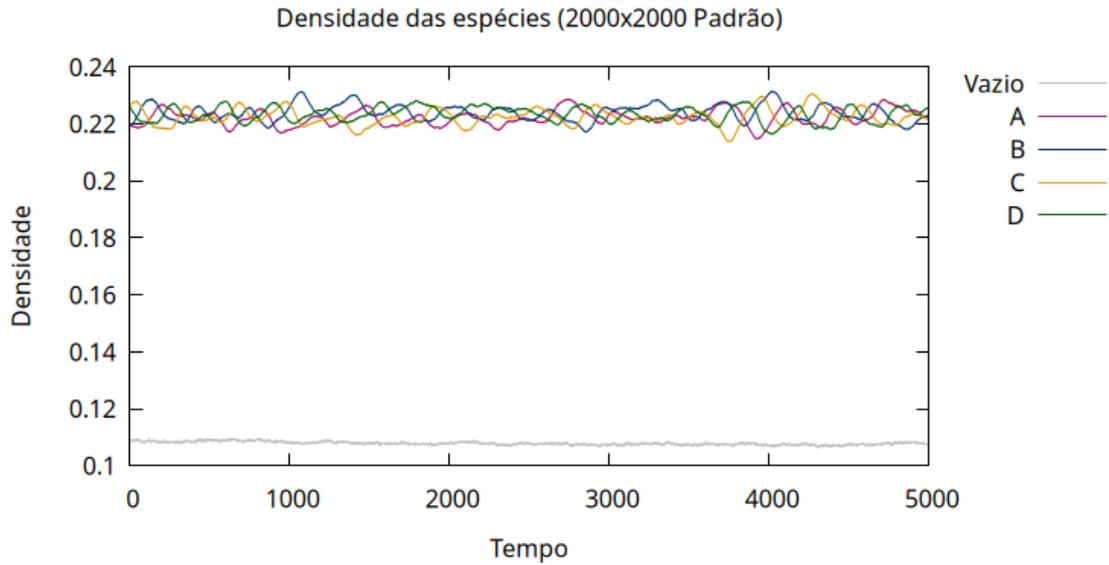


Figura 3.10: Densidade das espécies do modelo RPS4 padrão com $N=2000$ a partir da iteração 5000 até 10000.

Como dito anteriormente, o modelo RPS4 padrão tem o objetivo de ser a base de comparação para os próximos modelos que serão aqui analisados, então temos os seguintes comportamentos desse modelo:

1. O modelo praticamente mantém a biodiversidade.
2. O modelo apresenta o padrão de espirais na biodiversidade.
3. A amplitude de oscilação tende a diminuir conforme aumentamos o N .

3.2 RPS4 HC-A

No modelo RPS4 HC-A temos apenas a espécie A altamente competitiva, ou seja, quando selecionado um indivíduo da espécie A e selecionado a ação de competição, a mesma ação é executada nos 4 vizinhos não diagonais numa única iteração. Nesse modelo, observamos na tabela 3.2 que a biodiversidade aumenta conforme aumentamos o parâmetro N e, além disso, observamos um comportamento de crescimento e queda na probabilidade de apenas uma espécie sobreviver ao final das 1000 simulações. Podemos observar o formato da rede nos casos em que há biodiversidade nas figuras 3.11, 3.12, 3.13 e 3.14, com as respectivas densidades no tempo nas figuras 3.15, 3.16, 3.17 e 3.18.

Tabela 3.2: Dados das 1000 simulações do modelo RPS4 HC-A. A coluna **N** é a raiz quadrada do tamanho da rede, a **Biodiversidade** é o percentual de simulações em que sobrou todas as 4 espécies, por fim, **S=A**, **S=B**, **S=C** e **S=D** é o percentual em que sobrou apenas a espécie A, B, C e D respectivamente.

N	Biodiversidade	S=A	S=B	S=C	S=D
100	0,00 %	1,10 %	60,80 %	38,10 %	0,00 %
200	2,20 %	3,70 %	91,40 %	2,50 %	0,20 %
500	11,00 %	21,90 %	65,20 %	0,80 %	1,00 %
1000	39,80 %	37,80 %	18,30 %	1,40 %	1,90 %
2000	82,90 %	11,30 %	0,70 %	1,10 %	1,70 %

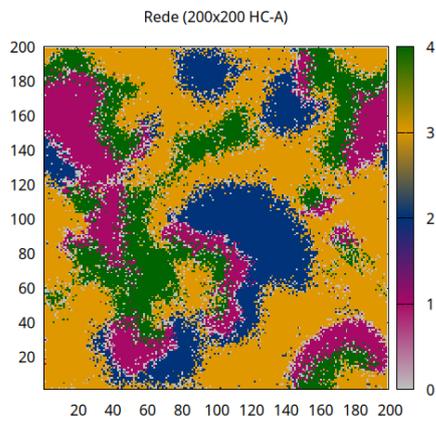


Figura 3.11: Rede do modelo RPS4 HC-A com $N=200$ depois de 10 mil iterações.

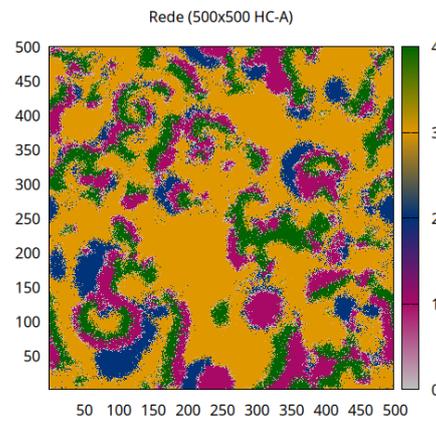


Figura 3.12: Rede do modelo RPS4 HC-A com $N=500$ depois de 10 mil iterações.

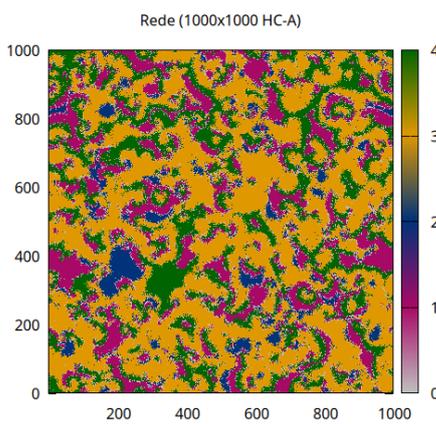


Figura 3.13: Rede do modelo RPS4 HC-A com $N=1000$ depois de 10 mil iterações.

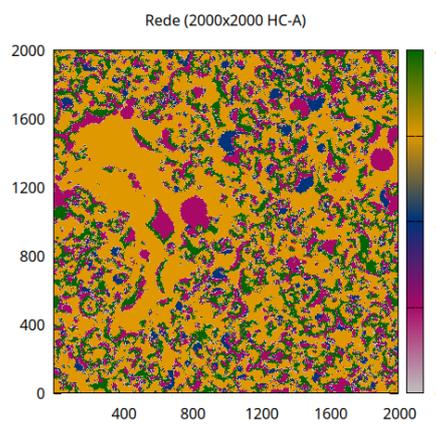


Figura 3.14: Rede do modelo RPS4 HC-A com $N=2000$ depois de 10 mil iterações.

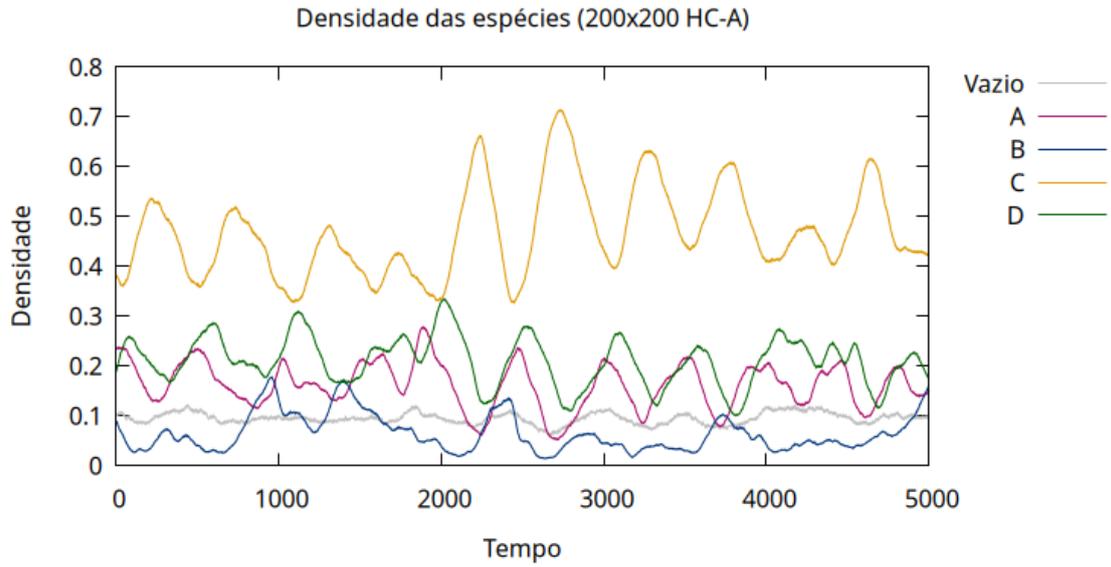


Figura 3.15: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-A com $N=200$ a partir da iteração 5000 até 10000.

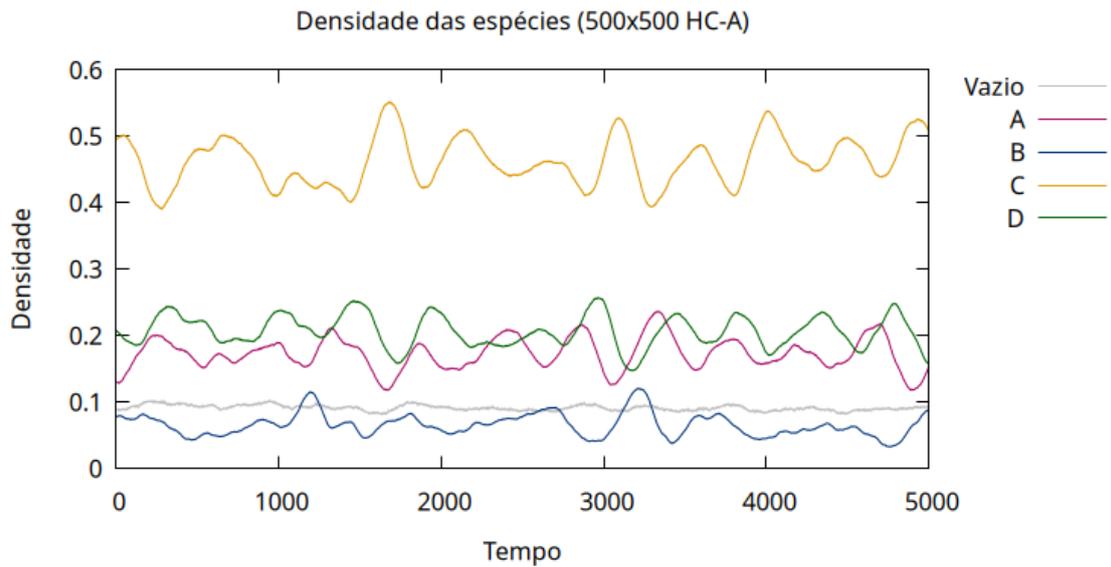


Figura 3.16: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-A com $N=500$ a partir da iteração 5000 até 10000.

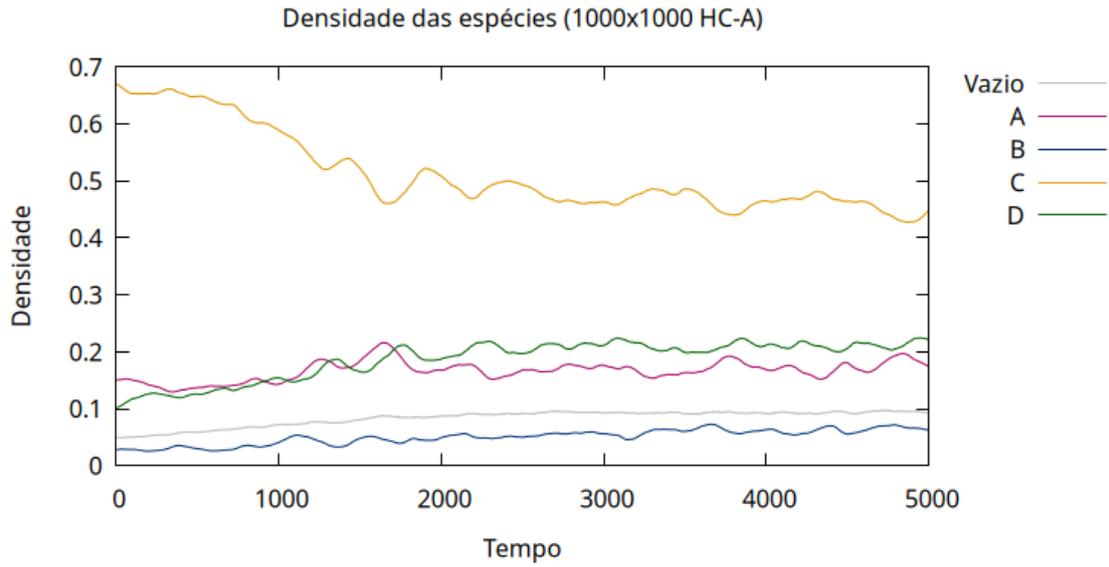


Figura 3.17: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-A com $N=1000$ a partir da iteração 5000 até 10000.

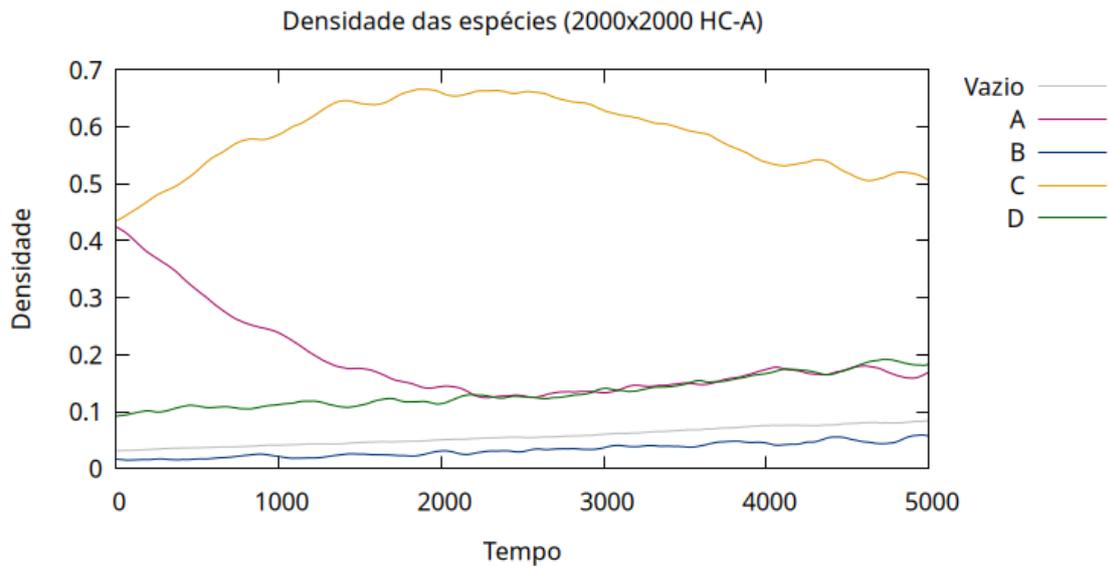


Figura 3.18: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-A com $N=2000$ a partir da iteração 5000 até 10000.

A maioria dos casos estão listados na tabela 3.2, porém com $N=2000$ houve 1, 40% de casos diferentes. Nas figuras 3.19 e 3.20 observamos respectivamente a rede e o comportamento da densidade das espécies em um desses casos excepcionais. Nesse caso específico, em que ao final temos apenas a espécie A e C como sobreviventes, podemos apenas conjecturar que se houvesse mais iterações a espécie A seria a única sobrevivente, mas iria exceder o escopo de abordagem do presente trabalho, que se limita a 10000 iterações.

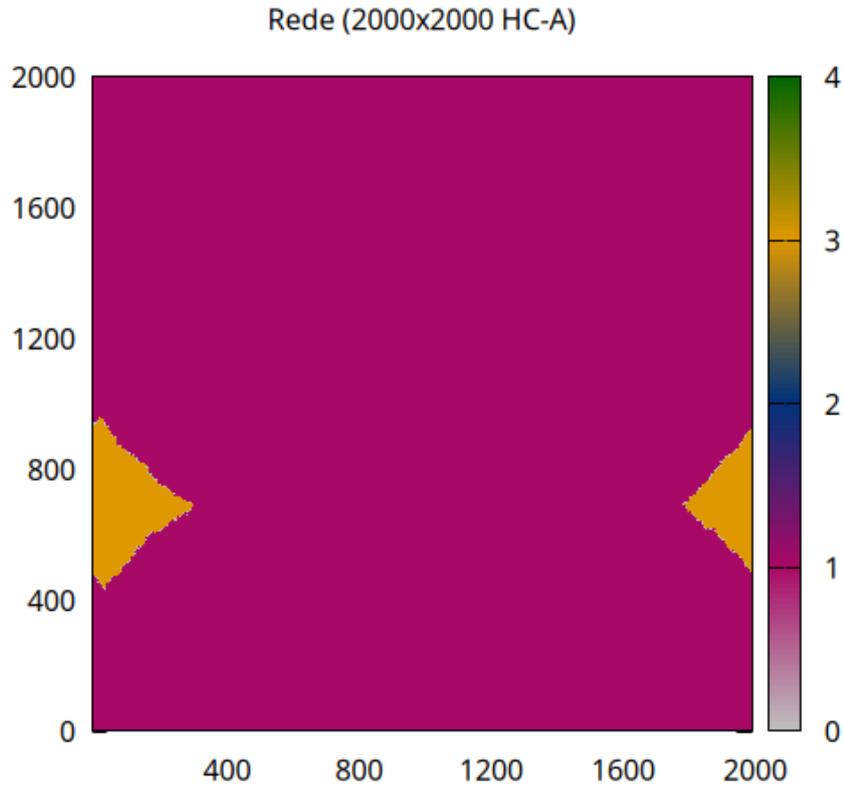


Figura 3.19: Rede do modelo RPS4 HC-A com $N=2000$ depois de 10 mil iterações. Caso excepcional.

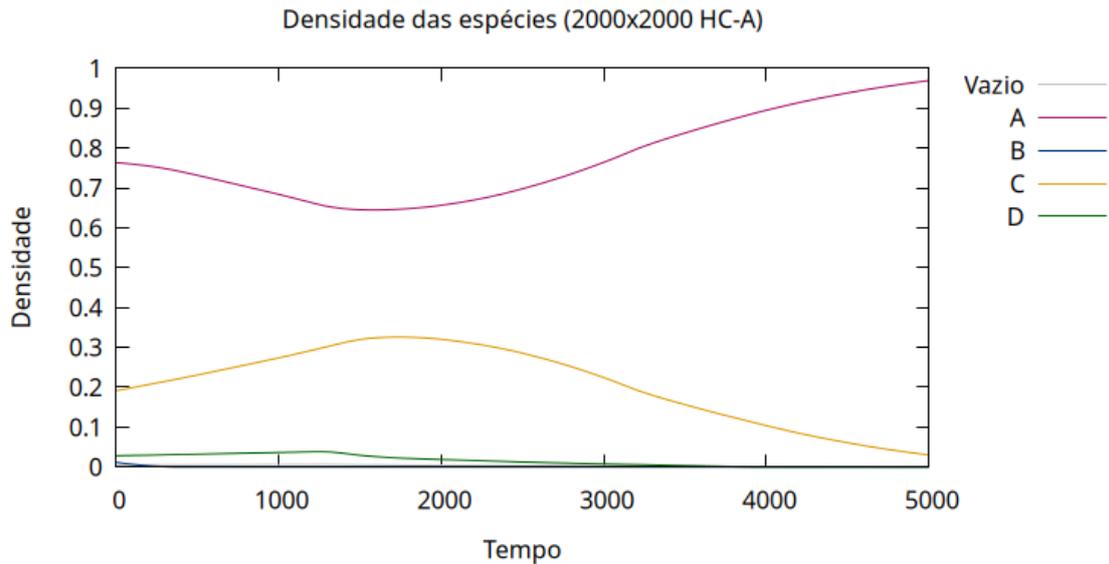


Figura 3.20: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-A com $N=2000$ a partir da iteração 5000 até 10000. Caso excepcional.

Comparando com o modelo RPS4 em que observamos a biodiversidade e o padrão de espirais, podemos observar os seguintes comportamentos no modelo RPS4 HC-A:

1. O modelo tende a biodiversidade conforme aumentamos o N .
2. O modelo não apresenta o padrão de espirais na biodiversidade.
3. Há um crescimento e depois uma queda na probabilidade de restar apenas uma espécie específica.

3.3 RPS4 HC-AB

No modelo RPS4 HC-AB apenas as espécies A e B são altamente competitivas, ou seja, quando as espécies A e B competem, isso ocorre nos 4 vizinhos não diagonais. Na tabela 3.3 temos os dados de biodiversidade e da chance de apenas uma espécie sobreviver. Novamente, podemos observar o aumento da taxa de biodiversidade conforme aumentamos o parâmetro N .

Tabela 3.3: Dados das 1000 simulações do modelo RPS4 HC-AB. A coluna N é a raiz quadrada do tamanho da rede, a **Biodiversidade** é o percentual de simulações em que sobrou todas as 4 espécies, por fim, **S=A**, **S=B**, **S=C** e **S=D** é o percentual em que sobrou apenas a espécie A, B, C e D respectivamente.

N	Biodiversidade	S=A	S=B	S=C	S=D
100	0,00 %	0,10 %	14,70 %	85,10 %	0,10 %
200	1,80 %	0,00 %	38,80 %	59,30 %	0,10 %
500	11,30 %	0,10 %	81,80 %	5,20 %	1,30 %
1000	37,80 %	0,60 %	54,10 %	5,40 %	1,80 %
2000	85,80 %	0,30 %	6,40 %	4,00 %	1,00 %

Nas figuras 3.21, 3.22, 3.23 e 3.24 observamos o padrão da rede para os diferentes tamanhos com sua respectivas densidades no tempo nas figuras 3.25, 3.26, 3.27 e 3.28. Já pelas imagens das redes, podemos ver um aumento da espécie D, o que é mais nítido se observado a densidade.

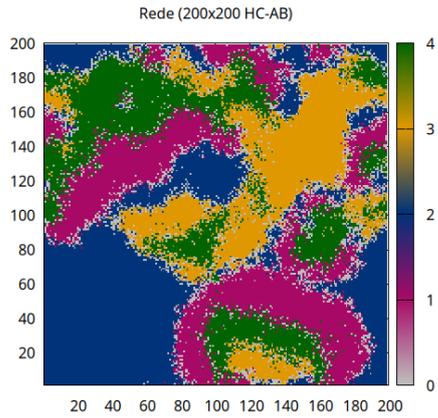


Figura 3.21: Rede do modelo RPS4 HC-AB com $N=200$ depois de 10 mil iterações.

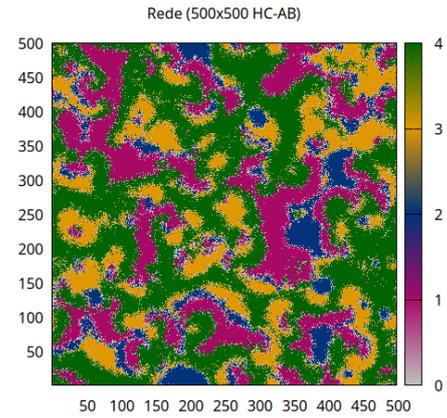


Figura 3.22: Rede do modelo RPS4 HC-AB com $N=500$ depois de 10 mil iterações.

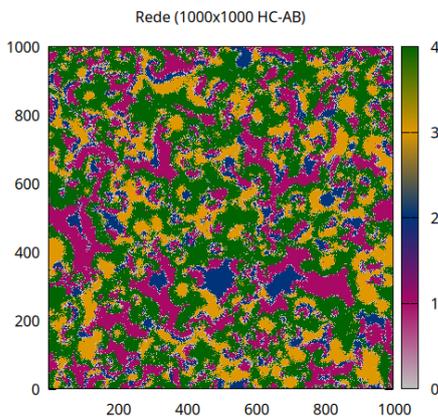


Figura 3.23: Rede do modelo RPS4 HC-AB com $N=1000$ depois de 10 mil iterações.

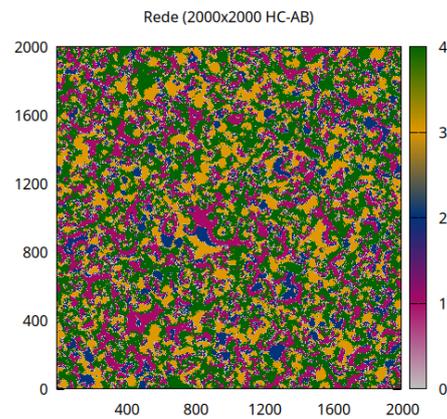


Figura 3.24: Rede do modelo RPS4 HC-AB com $N=2000$ depois de 10 mil iterações.

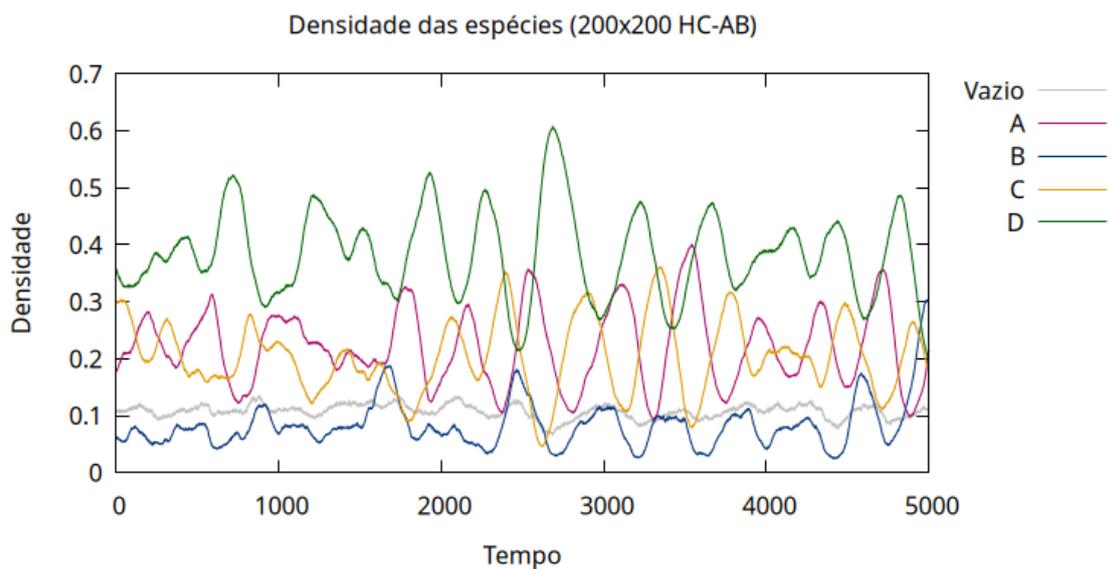


Figura 3.25: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-AB com $N=200$ a partir da iteração 5000 até 10000.

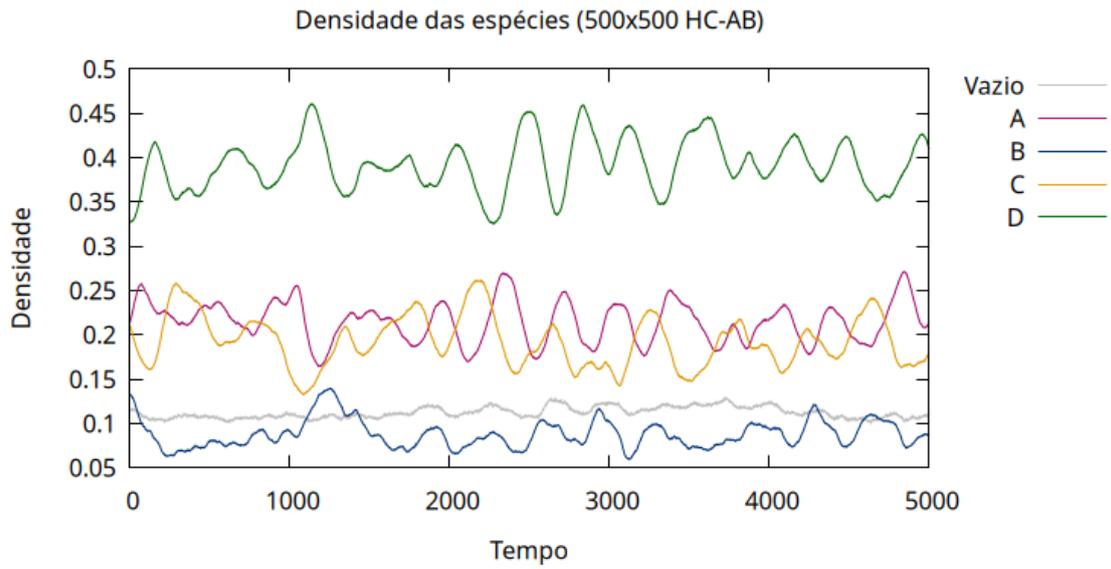


Figura 3.26: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-AB com $N=500$ a partir da iteração 5000 até 10000.

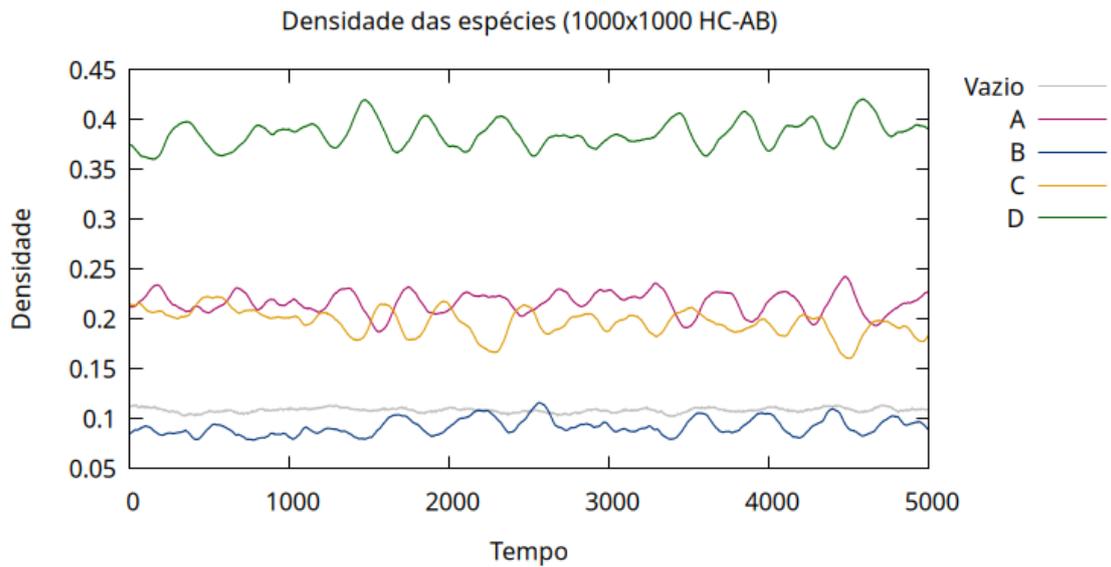


Figura 3.27: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-AB com $N=1000$ a partir da iteração 5000 até 10000.

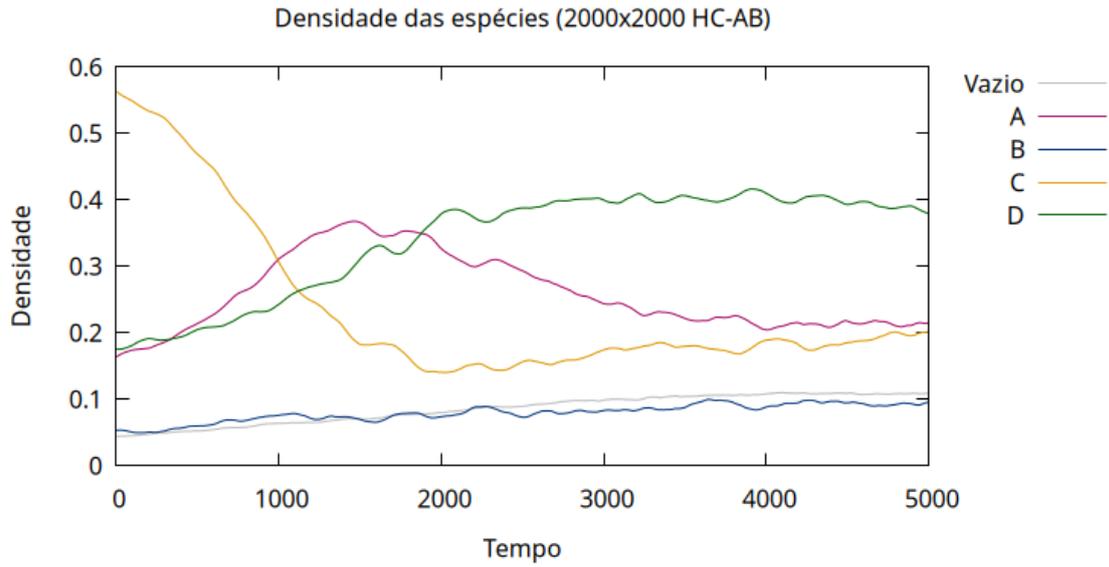


Figura 3.28: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-AB com $N=2000$ a partir da iteração 5000 até 10000.

Para $N=500$ temos 1 caso excepcional cujo comportamento é mostrado nas figuras 3.29 e 3.30. Nesse caso podemos apenas conjecturar que se houver mais iterações, é provável que a espécie B irá ser a única sobrevivente, pois mesmo que haja competição mutua entre as espécie B e D, a espécie B nesse modelo é altamente reativa na ação de competição.

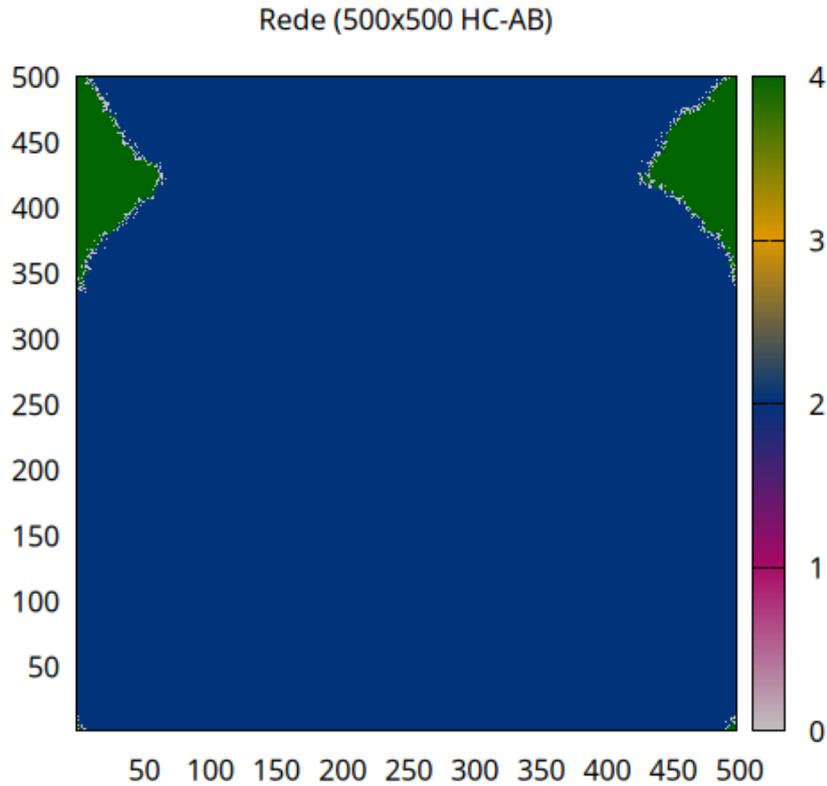


Figura 3.29: Rede do modelo RPS4 HC-AB com $N=500$ depois de 10 mil iterações. Caso excepcional.

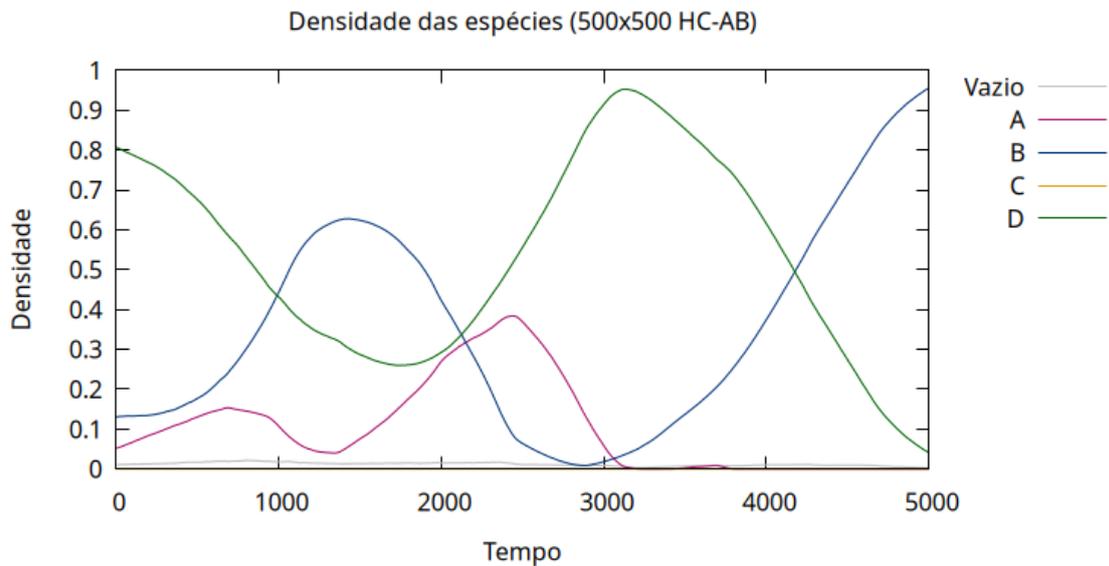


Figura 3.30: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-AB com $N=500$ a partir da iteração 5000 até 10000. Caso excepcional.

Para $N=2000$ temos 2,50% de casos excepcionais, nas figuras 3.31 e 3.32 temos um dentre os 25 casos que foram obtidos. Ao final do gráfico de densidade, observamos o

mesmo que foi exposto anteriormente, a espécie B parece tender a ser a única sobrevivente.

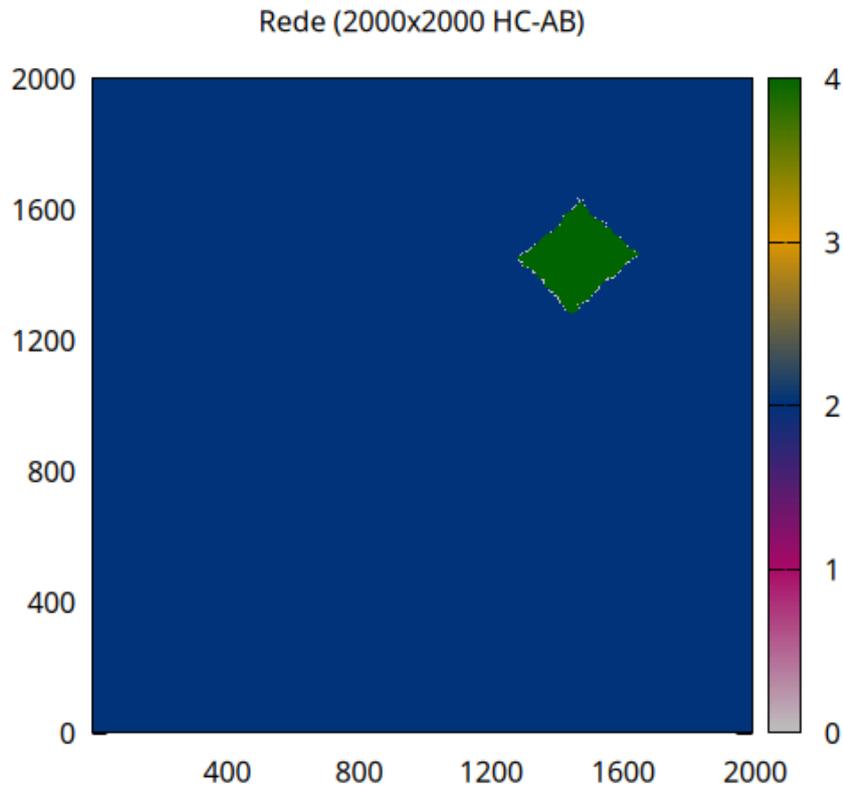


Figura 3.31: Rede do modelo RPS4 HC-AB com $N=2000$ depois de 10 mil iterações. Caso excepcional.

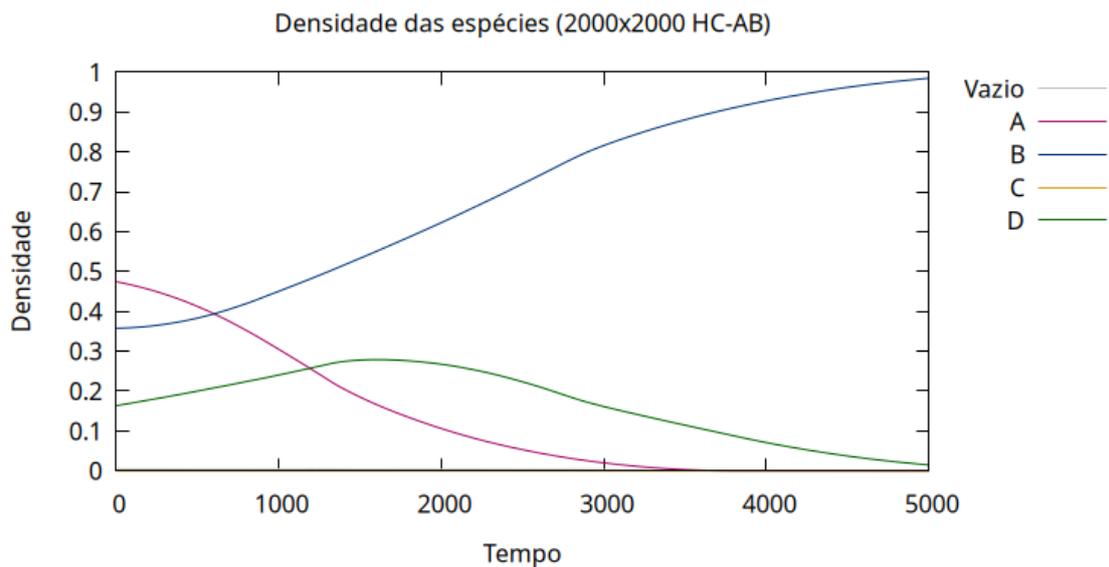


Figura 3.32: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-AB com $N=2000$ a partir da iteração 5000 até 10000. Caso excepcional.

Com base no que foi exposto, podemos observar os seguintes comportamentos no

modelo RPS4 HC-AB:

1. O modelo tende a biodiversidade conforme aumentamos o N .
2. O modelo não apresenta o padrão de espirais.
3. O comportamento do modelo tende a manter mais indivíduos da espécie D e menos da espécie B, ao mesmo tempo em que as espécies A e C oscilam entre D e B.

3.4 RPS4 HC-AC

No modelo RPS4 HC-AC apenas as espécies A e C são altamente competitivas, nesse caso, temos um par de espécies com predação mútua, ou seja, A predador de C e C predador de A. Os dados estão na tabela 3.4 e observamos muita semelhança com o modelo RPS4 padrão.

Tabela 3.4: Dados das 1000 simulações do modelo RPS4 HC-AC. A coluna N é a raiz quadrada do tamanho da rede, a **Biodiversidade** é o percentual de simulações em que sobrou todas as 4 espécies, por fim, $S=A$, $S=B$, $S=C$ e $S=D$ é o percentual em que sobrou apenas a espécie A, B, C e D respectivamente.

N	Biodiversidade	$S=A$	$S=B$	$S=C$	$S=D$
100	86,50 %	2,60 %	3,50 %	3,30 %	3,60 %
200	100 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
500	100 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
1000	100 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
2000	100 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %

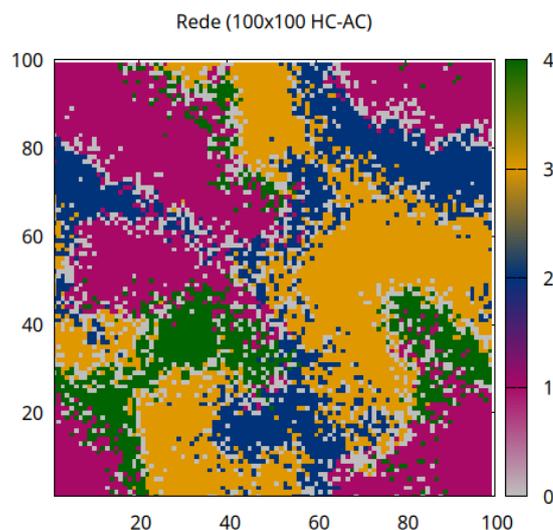


Figura 3.33: Rede do modelo RPS4 HC-AC com $N=100$ depois de 10 mil iterações.

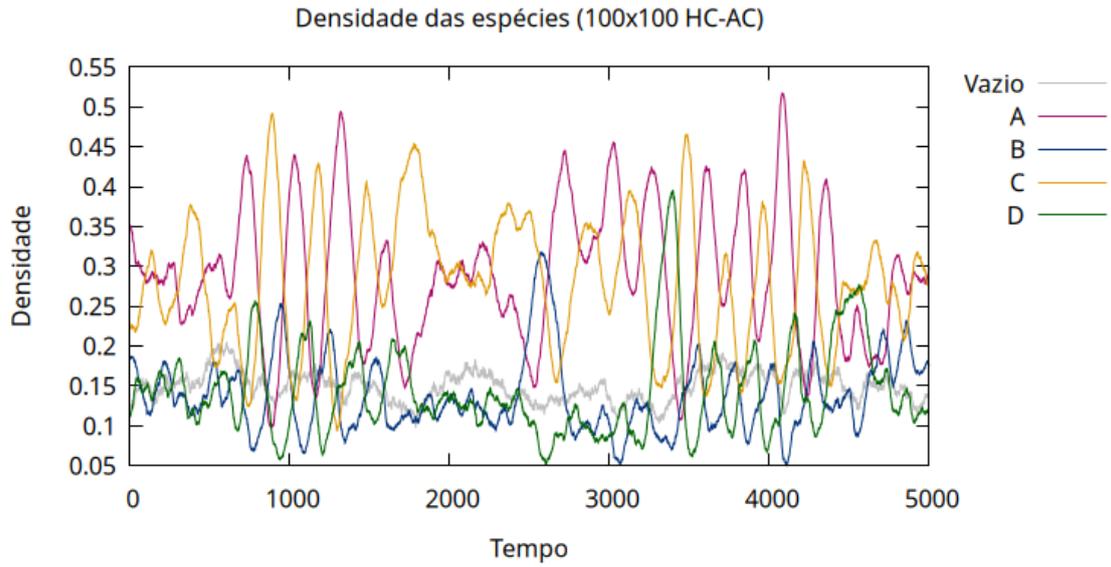


Figura 3.34: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-AC com $N=100$ a partir da iteração 5000 até 10000.

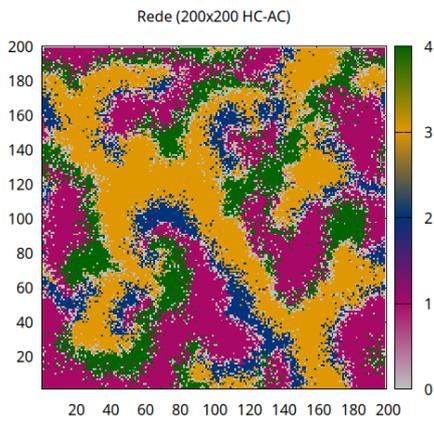


Figura 3.35: Rede do modelo RPS4 HC-AC com $N=200$ depois de 10 mil iterações.

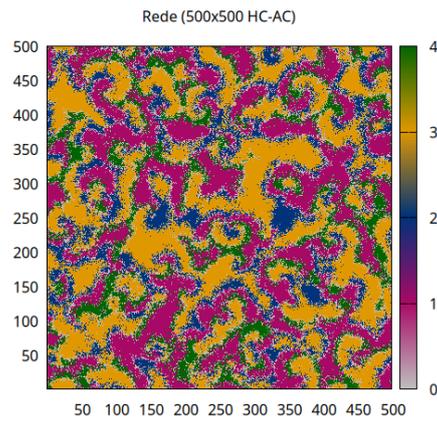


Figura 3.36: Rede do modelo RPS4 HC-AC com $N=500$ depois de 10 mil iterações.

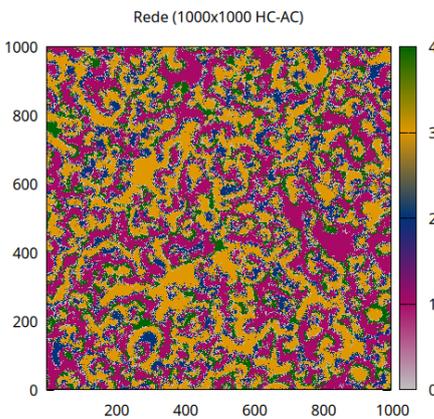


Figura 3.37: Rede do modelo RPS4 HC-AC com $N=1000$ depois de 10 mil iterações.

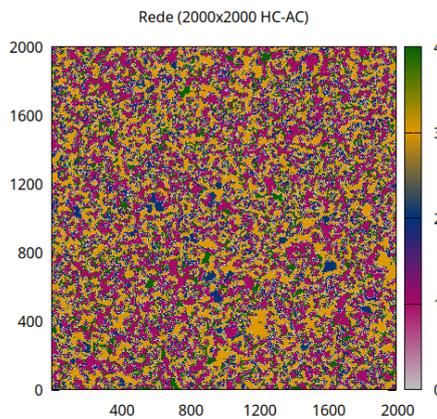


Figura 3.38: Rede do modelo RPS4 HC-AC com $N=2000$ depois de 10 mil iterações.

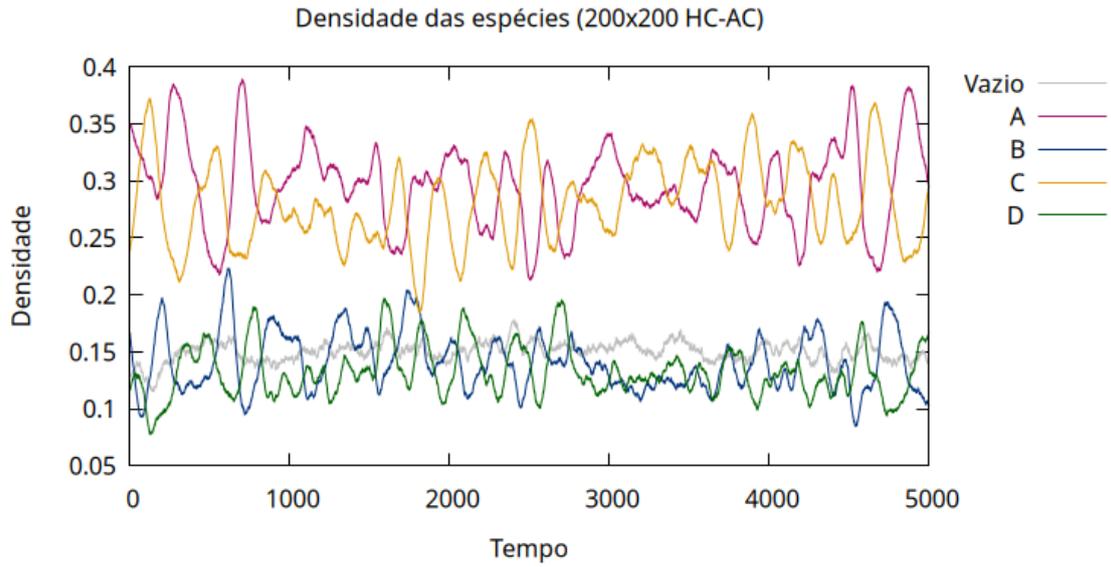


Figura 3.39: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-AC com $N=200$ a partir da iteração 5000 até 10000.

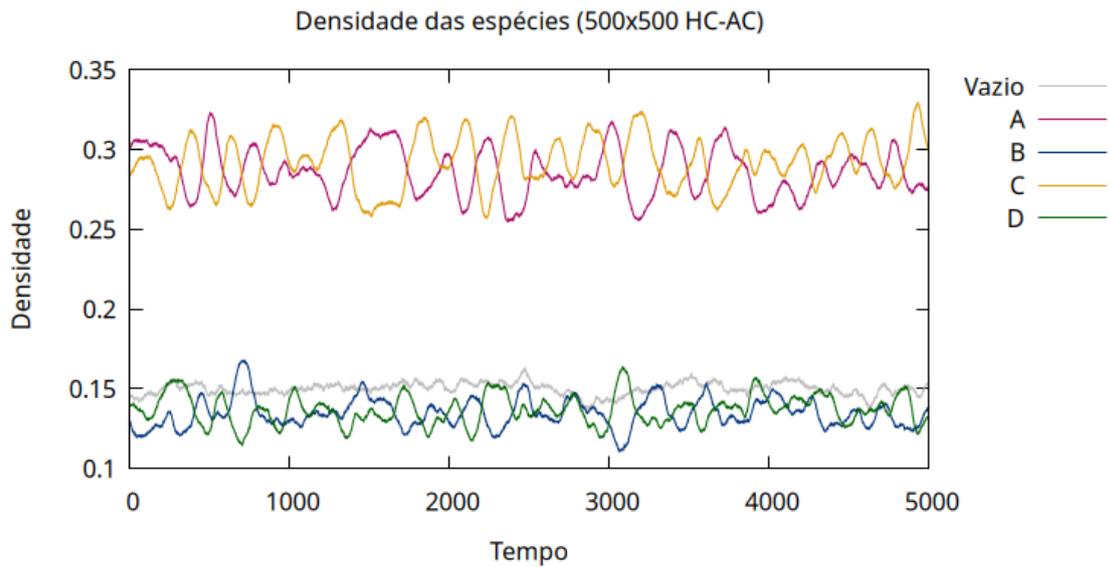


Figura 3.40: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-AC com $N=500$ a partir da iteração 5000 até 10000.

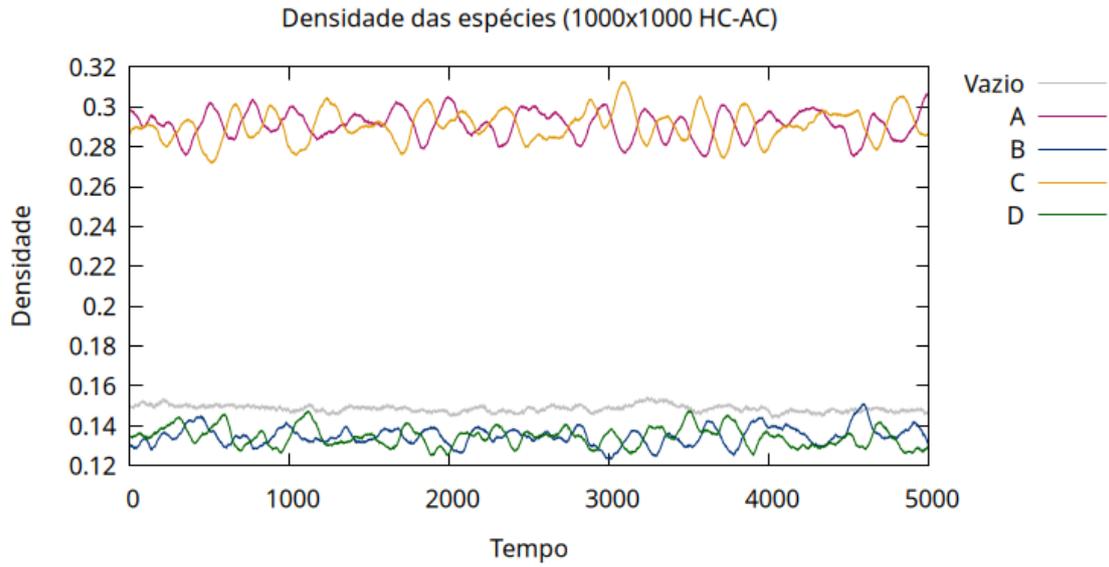


Figura 3.41: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-AC com $N=1000$ a partir da iteração 5000 até 10000.

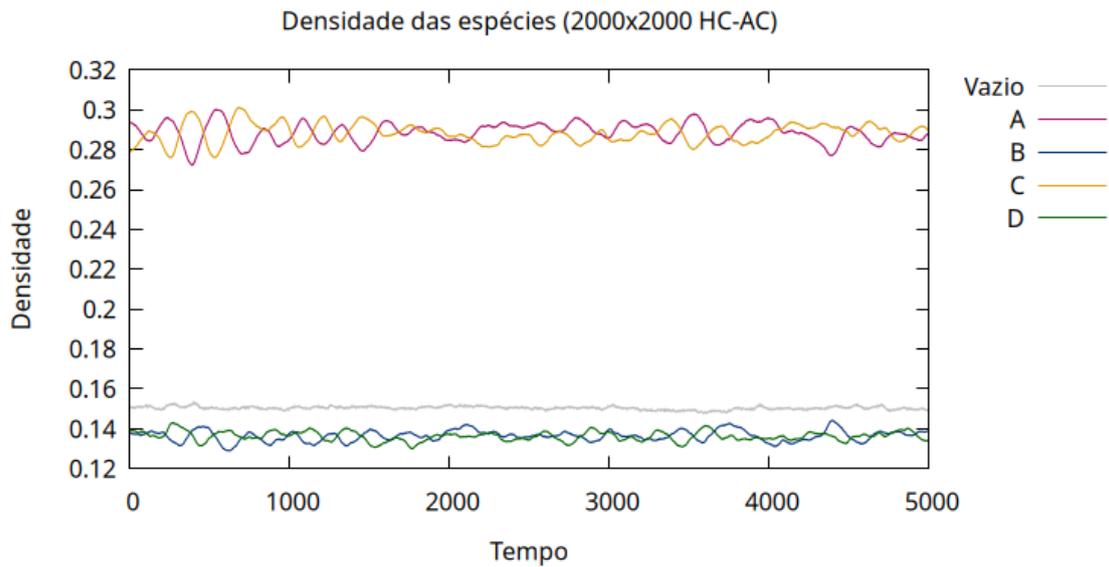


Figura 3.42: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-AC com $N=2000$ a partir da iteração 5000 até 10000.

Apesar da semelhança com o modelo RPS4 padrão, aqui não encontramos o mesmo padrão de espirais, contudo a amplitude das oscilações também diminui conforme aumentamos o parâmetro N das simulações, além de que, há uma separação entre as espécies com maior quantidade (A e C) e as de menor quantidade (B e D).

Para o $N=100$ houve 0,50% de casos que destoaram do esperado, conforme pode ser visto nas figuras 3.43 e 3.44, porém como se trata de um N pequeno dado o contexto do modelo RPS, esses casos são de menor relevância visto que houve biodiversidade em todas

as simulações a partir de $N=200$ que ainda é um valor pequeno para o RPS.

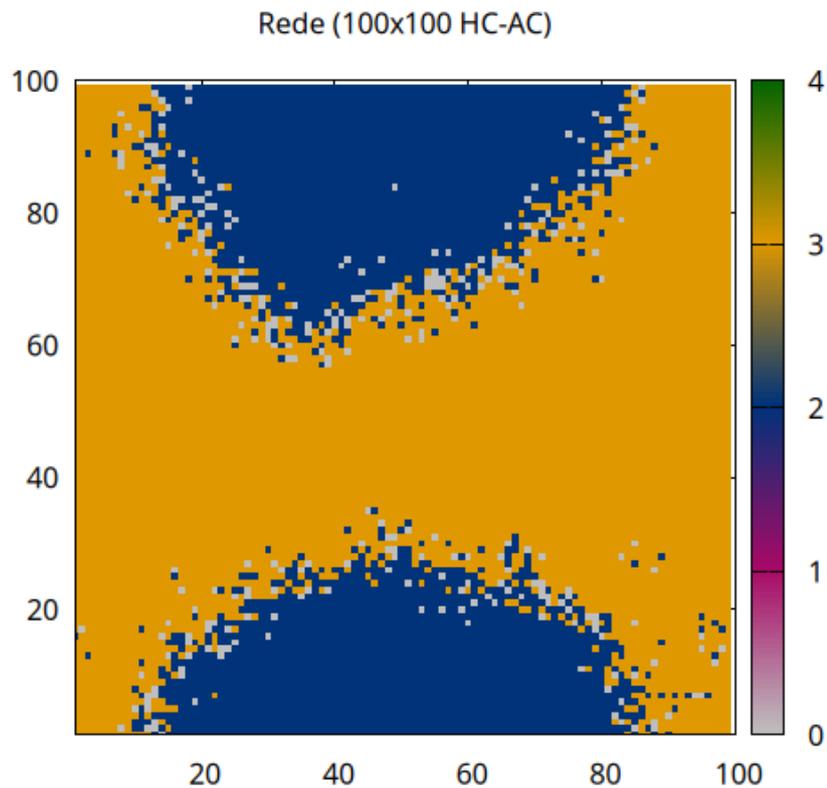


Figura 3.43: Rede do modelo RPS4 HC-AC com $N=100$ depois de 10 mil iterações. Caso excepcional.

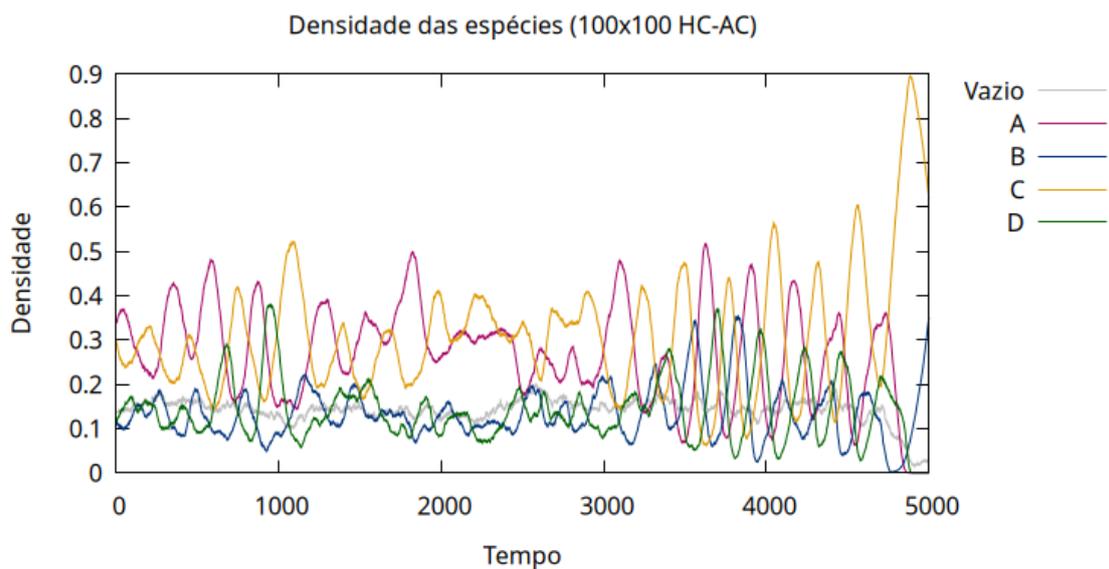


Figura 3.44: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-AC com $N=100$ a partir da iteração 5000 até 10000. Caso excepcional.

Observando os dados da rede e o comportamento da densidade no tempo, podemos

observar os seguintes comportamentos no modelo RPS4 HC-AC:

1. O modelo praticamente mantém a biodiversidade.
2. O modelo não apresenta o padrão de espirais como no RPS4 padrão.
3. As espécies A e C mantêm a maior quantidade e as espécies B e D mantêm a menor quantidade.
4. A amplitude de oscilação tende a diminuir conforme aumentamos o N.

3.5 RPS4 HC-ABC

No modelo RPS4 HC-ABC temos as espécies A, B e C com comportamento altamente competitivo, ou seja, além do par de predação mutua A e C, temos também a espécie B como altamente competitiva. Os dados estão dispostos na tabela 3.5, em q podemos observar uma relação crescente da biodiversidade com o parâmetro N.

Tabela 3.5: Dados das 1000 simulações do modelo RPS4 HC-ABC. A coluna **N** é a raiz quadrada do tamanho da rede, a **Biodiversidade** é o percentual de simulações em que sobrou todas as 4 espécies, por fim, **S=A**, **S=B**, **S=C** e **S=D** é o percentual em que sobrou apenas a espécie A, B, C e D respectivamente.

N	Biodiversidade	S=A	S=B	S=C	S=D
100	4,00 %	10,20 %	20,10 %	48,30 %	17,40 %
200	24,80 %	13,80 %	12,70 %	15,20 %	33,50 %
500	80,10 %	0,00 %	0,30 %	14,20 %	5,50 %
1000	99,70 %	0,00 %	0,00 %	0,30 %	0,00 %
2000	100 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %

Podemos ver as redes nas figuras 3.45, 3.47, 3.48, 3.49 e 3.50 com suas respectivas densidades no tempo nas figuras 3.46, 3.51, 3.52, 3.53 e 3.54.

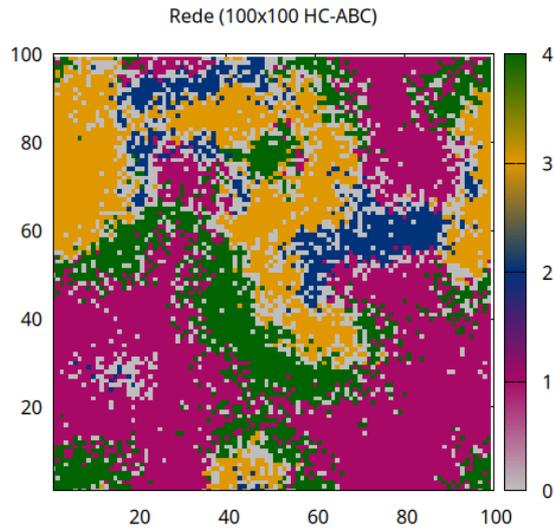


Figura 3.45: Rede do modelo RPS4 HC-ABC com $N=100$ depois de 10 mil iterações.

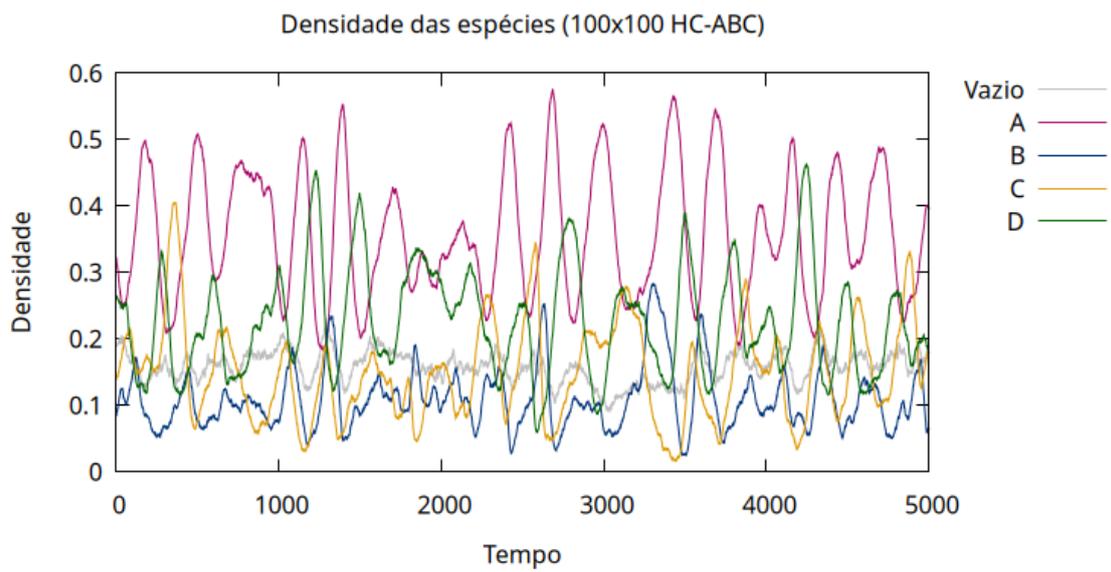


Figura 3.46: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-ABC com $N=100$ a partir da iteração 5000 até 10000.

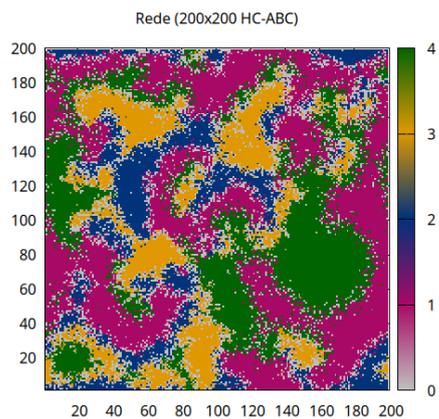


Figura 3.47: Rede do modelo RPS4 HC-ABC com $N=200$ depois de 10 mil iterações.

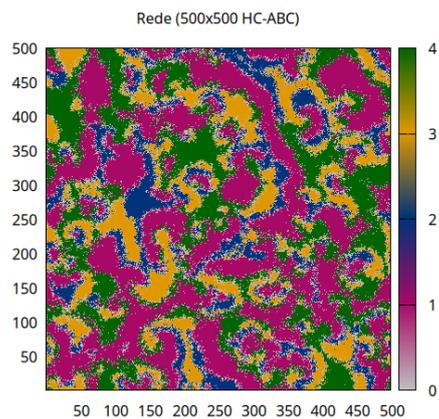


Figura 3.48: Rede do modelo RPS4 HC-ABC com $N=500$ depois de 10 mil iterações.

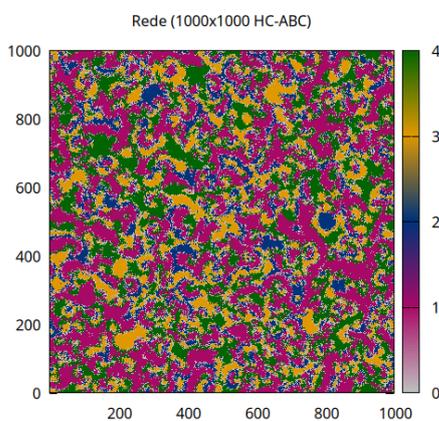


Figura 3.49: Rede do modelo RPS4 HC-ABC com $N=1000$ depois de 10 mil iterações.

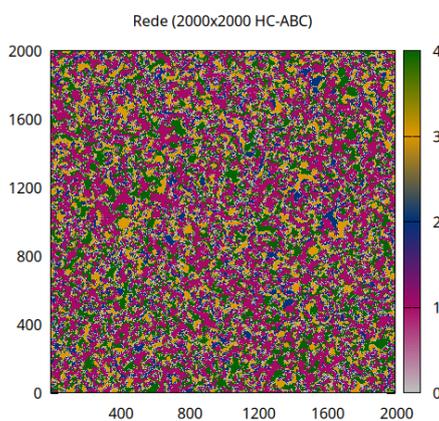


Figura 3.50: Rede do modelo RPS4 HC-ABC com $N=2000$ depois de 10 mil iterações.

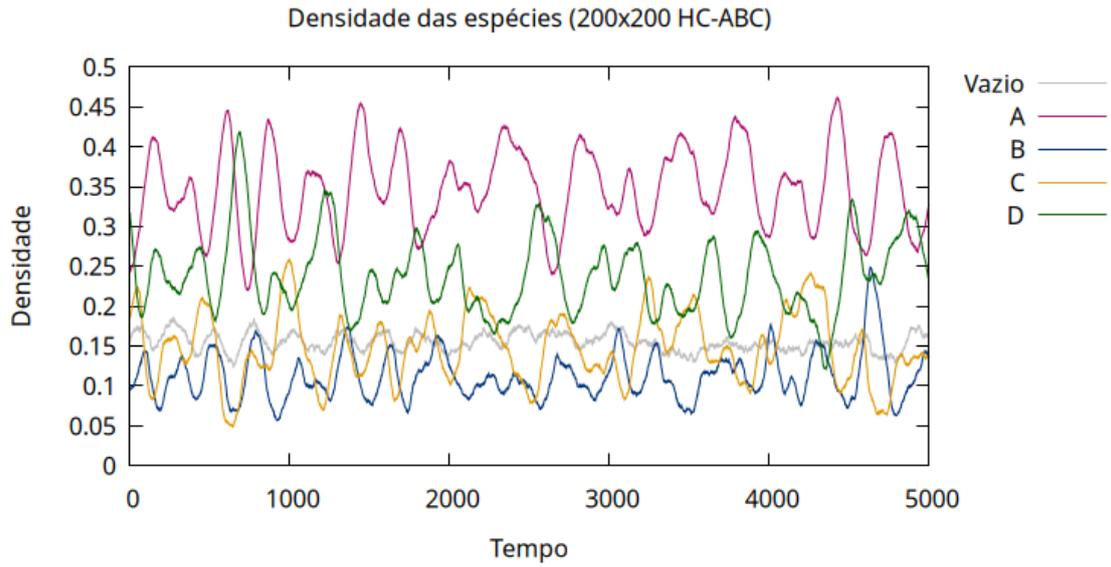


Figura 3.51: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-ABC com $N=200$ a partir da iteração 5000 até 10000.

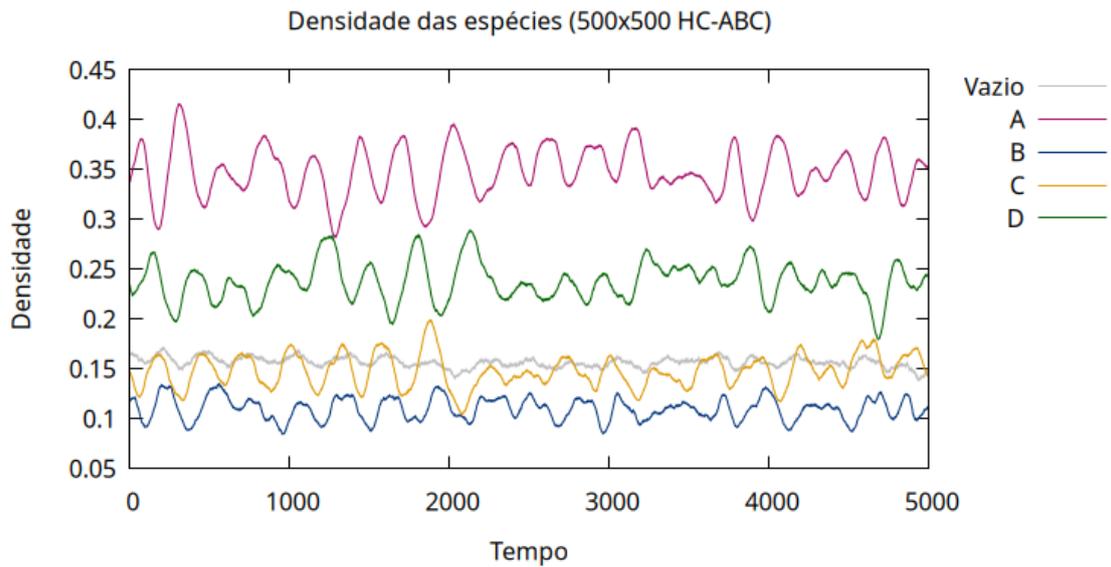


Figura 3.52: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-ABC com $N=500$ a partir da iteração 5000 até 10000.

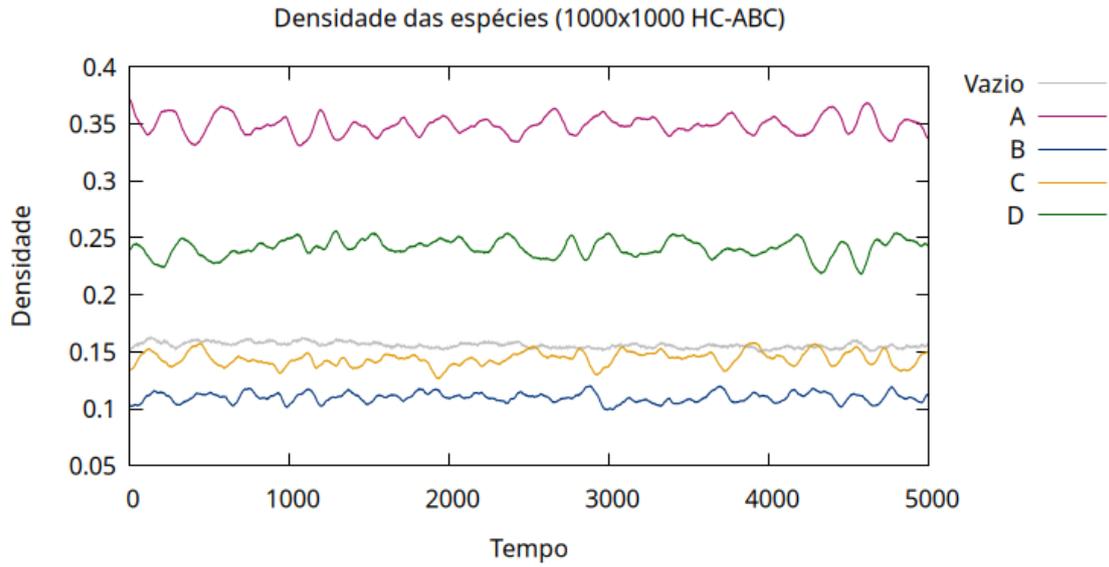


Figura 3.53: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-ABC com $N=1000$ a partir da iteração 5000 até 10000.

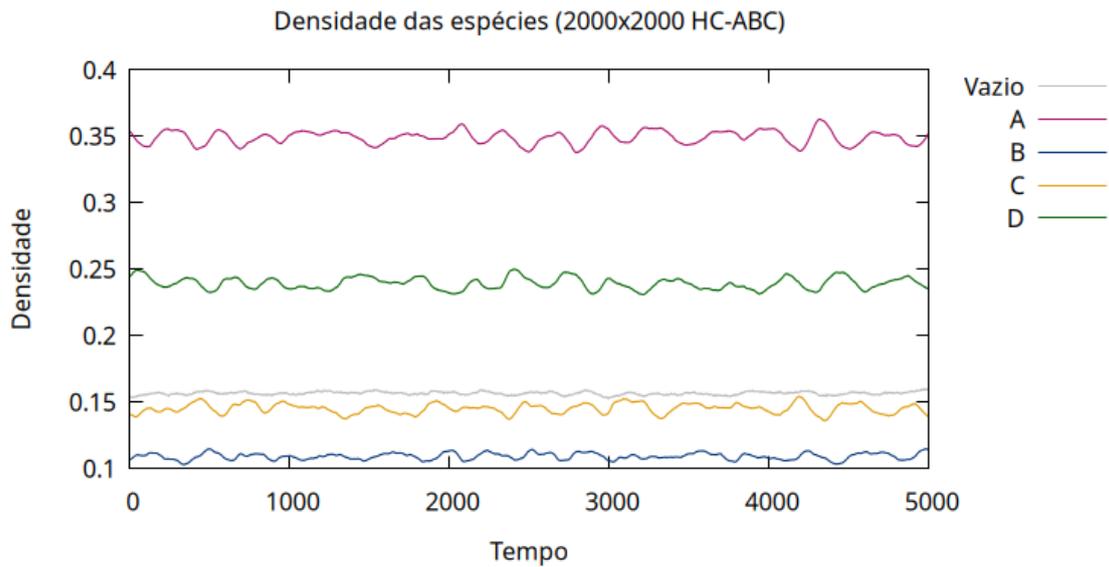


Figura 3.54: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-ABC com $N=2000$ a partir da iteração 5000 até 10000.

Conforme observados nos dados e nas imagens das redes, podemos constatar os seguintes comportamentos sobre o modelo RPS4 HC-ABC:

1. O modelo tende a biodiversidade conforme aumentamos o N .
2. O modelo não apresenta o padrão de espirais na biodiversidade.
3. A amplitude de oscilação tende a diminuir conforme aumentamos o N .

4. Considerando a densidade das espécies, temos a relação dada por $\mathbf{A} > \mathbf{D} > \mathbf{C} > \mathbf{B}$, em que a densidade de A é maior que a de B e assim por diante.

3.6 RPS4 HC-ABCD

O modelo RPS4 HC-ABCD consiste em 4 espécies em que todas são altamente competitivas, é o último dentro todas as variações dos modelos altamente competitivos abordados no presente trabalho. Na tabela 3.6 dispomos dos dados das simulações desse modelo e, assim como no RPS4 padrão e no HC-ABCD, aqui observamos que a biodiversidade é praticamente um comportamento característico desse modelo.

Tabela 3.6: Dados das 1000 simulações do modelo RPS4 HC-ABCD. A coluna **N** é a raiz quadrada do tamanho da rede, a **Biodiversidade** é o percentual de simulações em que sobrou todas as 4 espécies, por fim, **S=A**, **S=B**, **S=C** e **S=D** é o percentual em que sobrou apenas a espécie A, B, C e D respectivamente.

N	Biodiversidade	S=A	S=B	S=C	S=D
100	96,40 %	0,90 %	1,30 %	0,60 %	0,70 %
200	100 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
500	100 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
1000	100 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
2000	100 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %

Nas figuras 3.45, 3.47, 3.48, 3.49 e 3.50 temos as redes ao final das simulações e nas figuras 3.46, 3.51, 3.52, 3.53 e 3.54 seus respectivos gráficos das densidades no decorrer do tempo. Aqui observamos novamente o padrão de espirais que é descrito em [2].

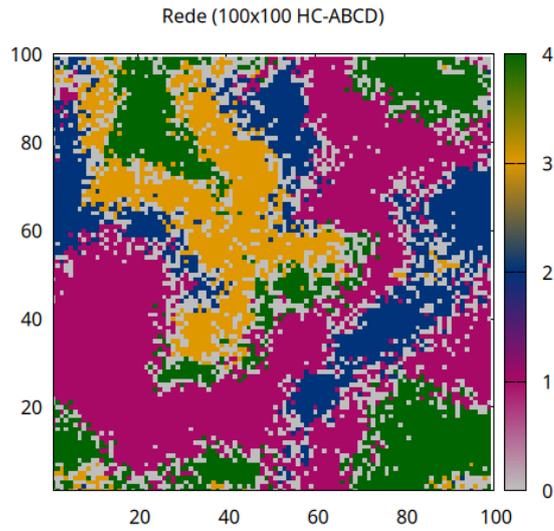


Figura 3.55: Rede do modelo RPS4 HC-ABCD com $N=100$ depois de 10 mil iterações.

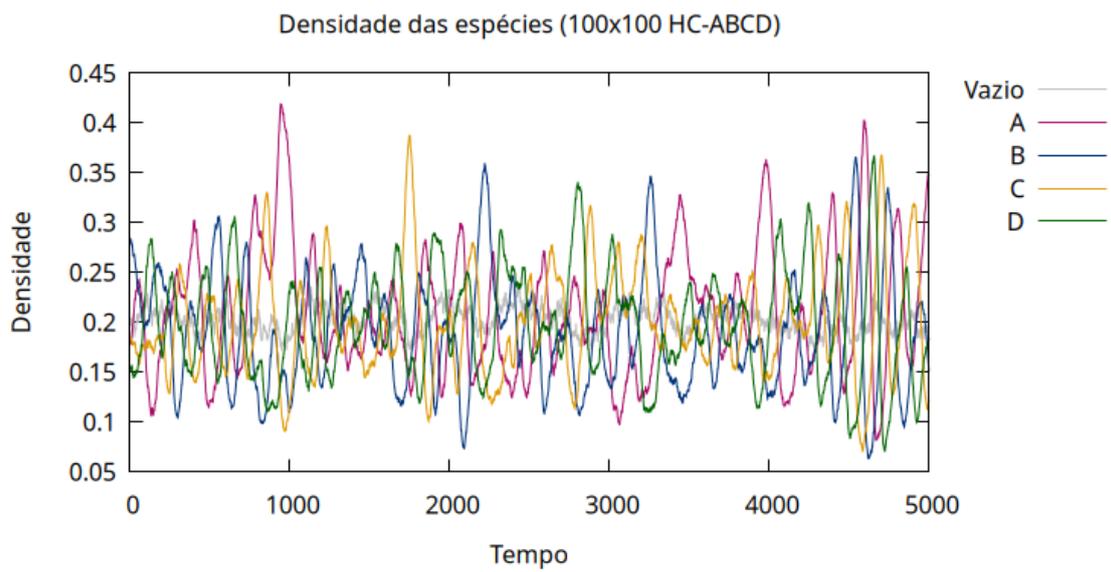


Figura 3.56: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-ABCD com $N=100$ a partir da iteração 5000 até 10000.

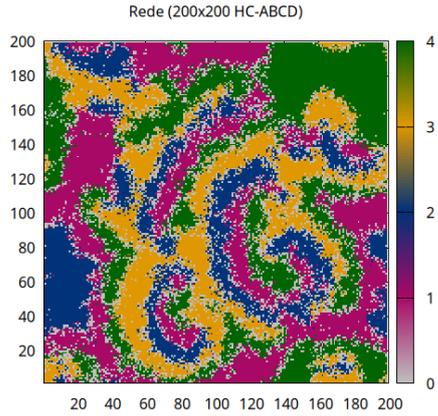


Figura 3.57: Rede do modelo RPS4 HC-ABCD com $N=200$ depois de 10 mil iterações.

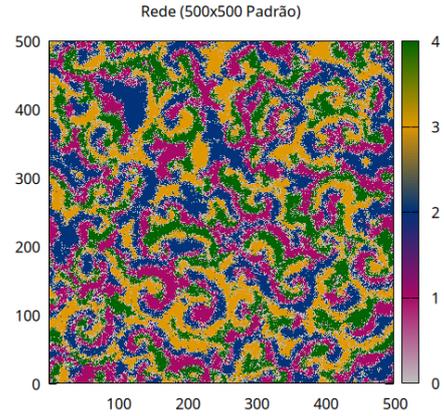


Figura 3.58: Rede do modelo RPS4 HC-ABCD com $N=500$ depois de 10 mil iterações.

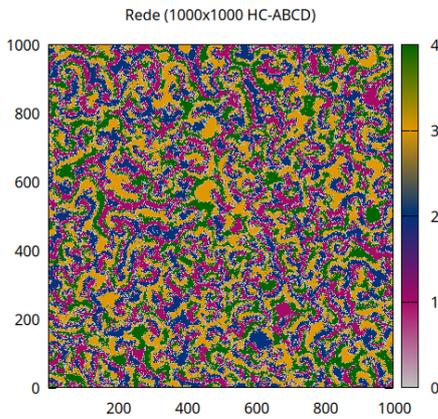


Figura 3.59: Rede do modelo RPS4 HC-ABCD com $N=1000$ depois de 10 mil iterações.

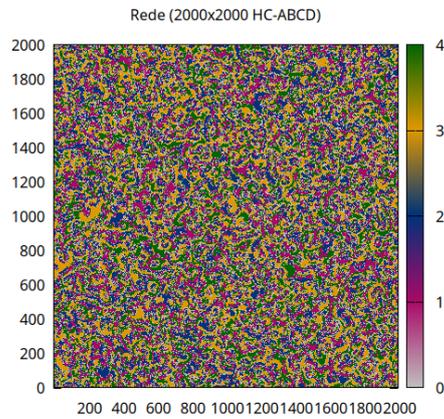


Figura 3.60: Rede do modelo RPS4 HC-ABCD com $N=2000$ depois de 10 mil iterações.

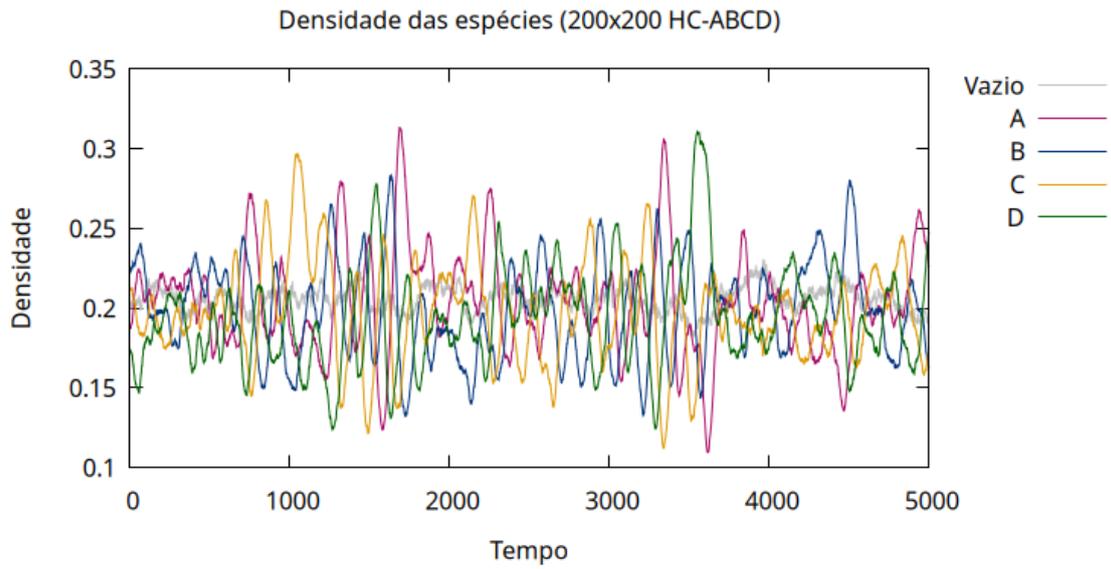


Figura 3.61: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-ABCD com $N=200$ a partir da iteração 5000 até 10000.

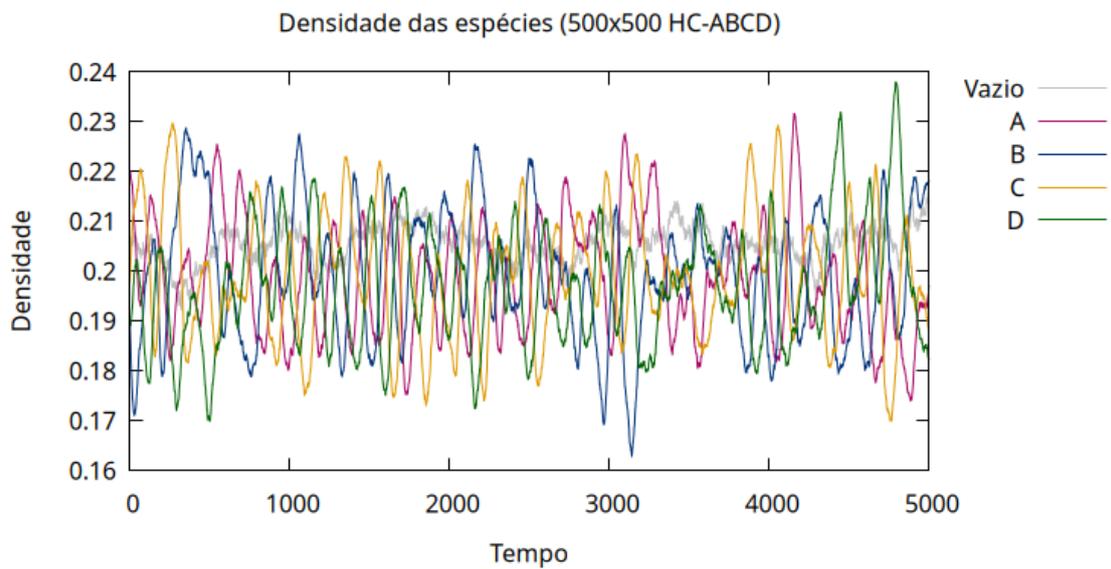


Figura 3.62: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-ABCD com $N=500$ a partir da iteração 5000 até 10000.

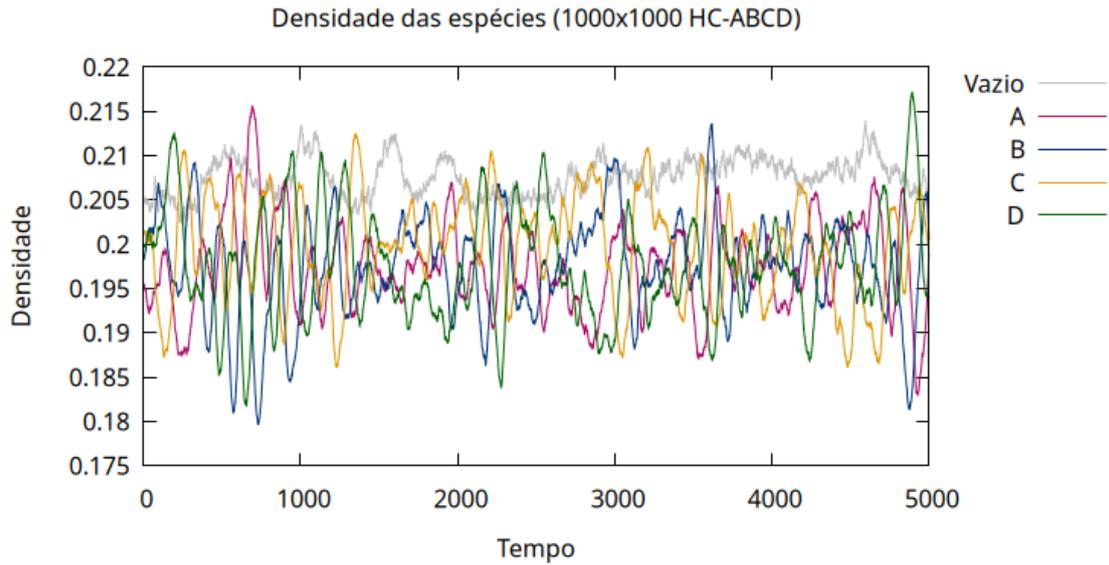


Figura 3.63: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-ABCD com $N=1000$ a partir da iteração 5000 até 10000.

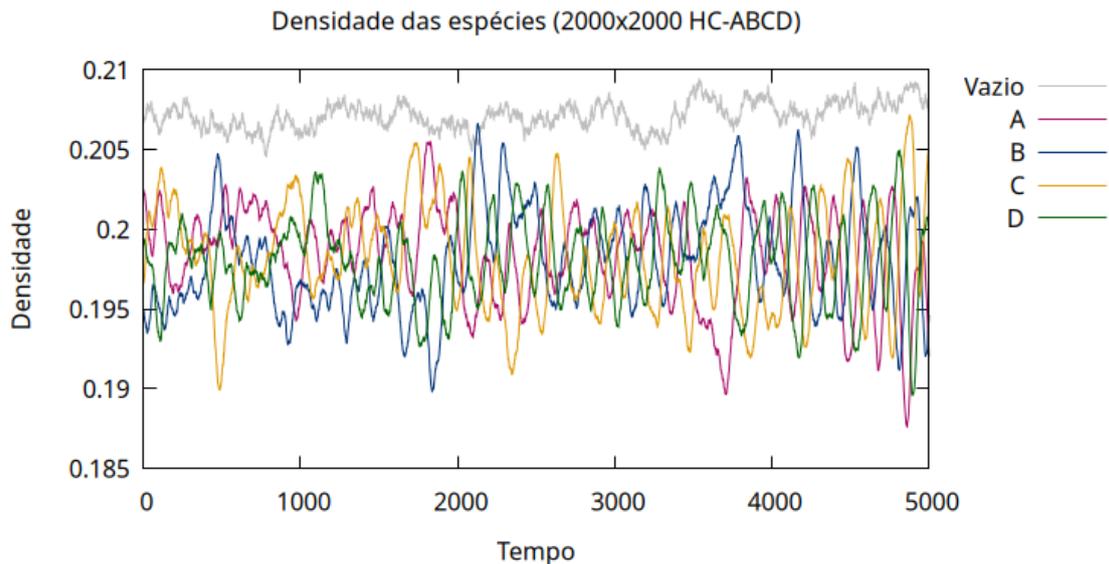


Figura 3.64: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-ABCD com $N=2000$ a partir da iteração 5000 até 10000.

Dentre todas as simulações para os diferentes valores do parâmetro N , houve apenas uma exceção para o $N=100$, que pode ser visto em 3.19 e 3.20. Nesse caso, podemos apenas conjecturar que é possível que a espécie A predê todos os indivíduos da espécie C, mesmo que haja predação mutua entre as espécies A e C, devido ao comportamento crescente da densidade da espécie A no decorrer das iterações.

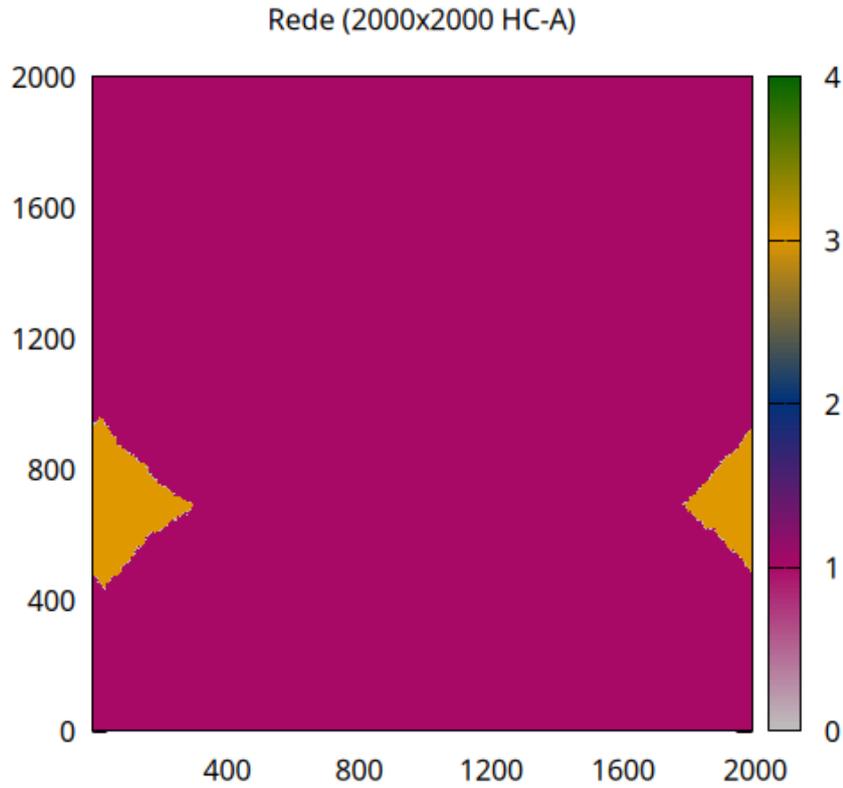


Figura 3.65: Rede do modelo RPS4 HC-ABCD com $N=100$ depois de 10 mil iterações. Caso excepcional.

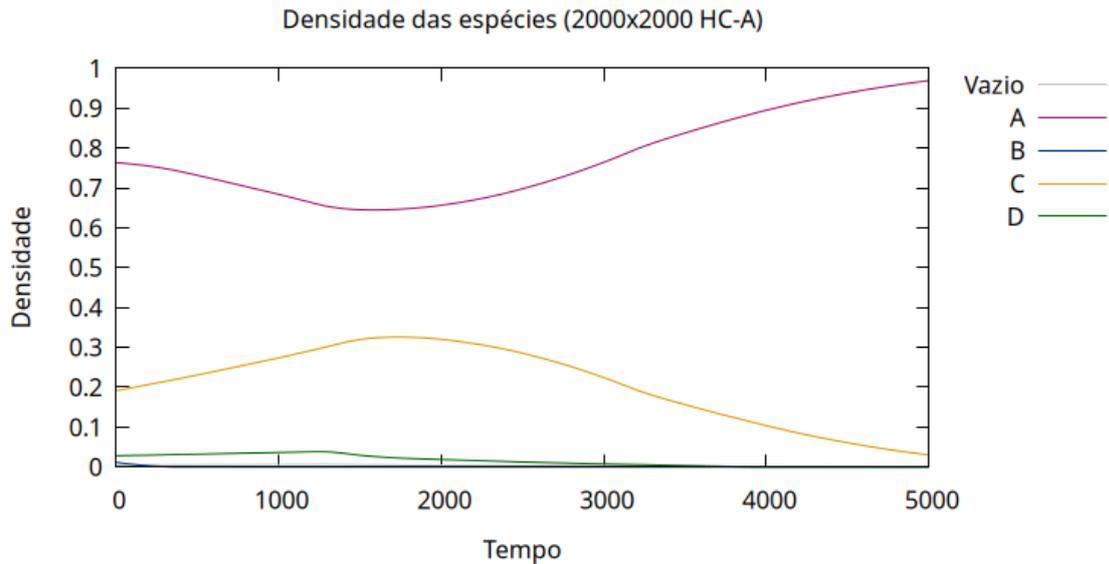


Figura 3.66: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-ABCD com $N=100$ a partir da iteração 5000 até 10000. Caso excepcional.

Com base nos dados e figuras obtidas a partir do modelo RPS4 HC-ABCD (todas as espécies altamente competitivas), podemos constatar os seguintes aspectos do modelo:

1. O modelo praticamente mantém a biodiversidade.
2. O modelo apresenta o padrão de espirais na biodiversidade.
3. As densidades oscilam entre si tal como o RPS4 padrão, ou seja, nenhuma espécie apresenta predominância sobre as outras no decorrer do tempo.

3.7 RPS4 HR-A

No modelo RPS4 HR-A temos apenas a espécie A como altamente reprodutiva. A espécie altamente reprodutiva tem como comportamento se reproduzir em todos os vizinhos não diagonais se estiverem vazios, ou seja, havendo 4 vizinho, se apenas 3 estiverem vazios, a reprodução irá ocorrer nos 3 vizinhos vazios. No caso do RPS4 HR-A, apenas a espécie A tem esse comportamento. Os dados das simulações estão dispostos na tabela 3.7, como não foi obtido nenhum caso de biodiversidade (permanência de todas as espécies ao final da simulação), não foi possível mostrar uma imagem.

Tabela 3.7: Dados das 1000 simulações do modelo RPS4 HR-A. A coluna **N** é a raiz quadrada do tamanho da rede, a **Biodiversidade** é o percentual de simulações em que sobrou todas as 4 espécies, por fim, **S=A**, **S=B**, **S=C** e **S=D** é o percentual em que sobrou apenas a espécie A, B, C e D respectivamente.

N	Biodiversidade	S=A	S=B	S=C	S=D
100	0,00 %	0,00 %	0,00 %	81,80 %	18,20 %
200	0,00 %	0,00 %	0,00 %	100 %	0,00 %
500	0,00 %	0,10 %	0,00 %	99,60 %	0,00 %
1000	0,00 %	0,60 %	0,00 %	98,10 %	0,00 %
2000	0,00 %	0,00 %	0,00 %	91,40 %	0,00 %

Houve algumas exceções que não estão listadas na tabela 3.7. Com **N=500** houve 0,30% de casos em que apenas a espécie B não sobreviveu (veja as figuras 3.67 e 3.68). Com **N=1000** houve 1,30% de casos em que apenas a espécie B não sobreviveu (veja as figuras 3.69 e 3.70) e, por fim, com **N=2000** houve 6,30% de casos em que apenas a espécie B não sobreviveu (3.71 e 3.72) além de 2,30% de casos que não foram classificados pelos filtros implementados (veja as figuras 3.73 e 3.74).

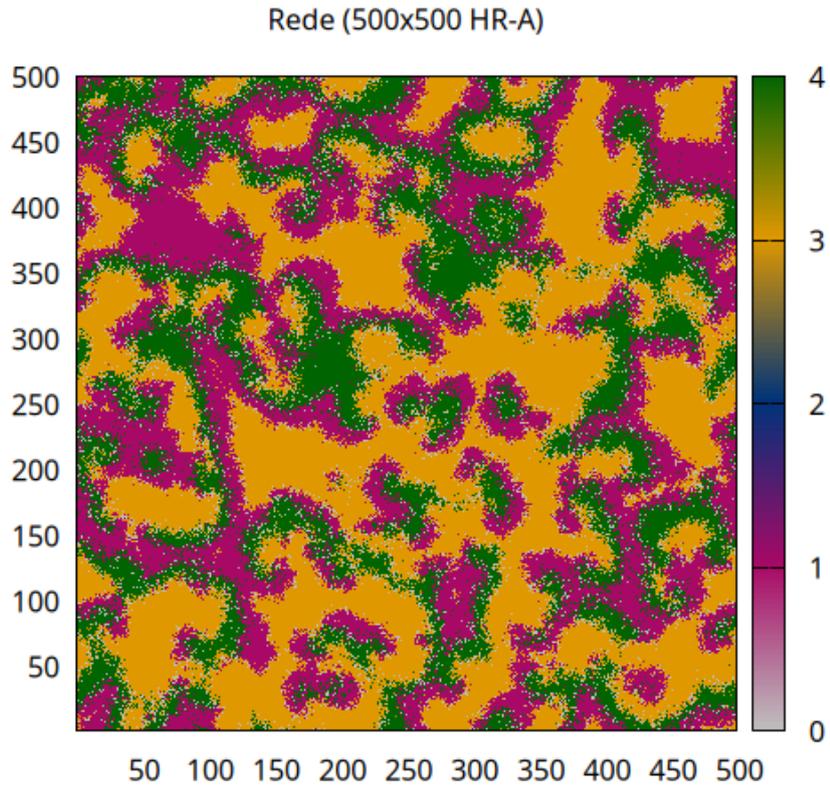


Figura 3.67: Rede do modelo RPS4 HR-A com $N=500$ depois de 10 mil iterações. Caso excepcional.

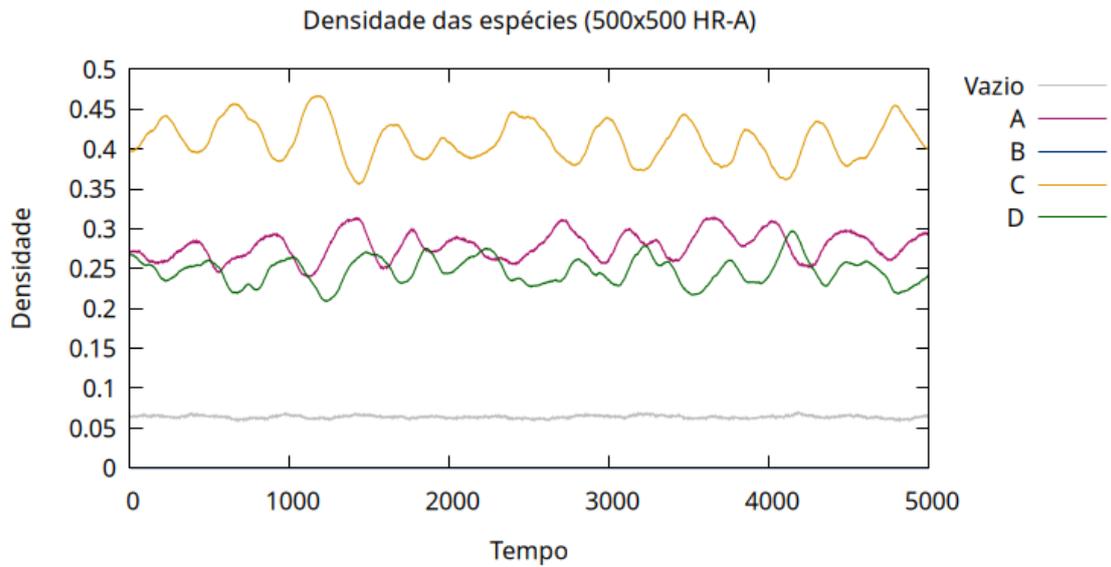


Figura 3.68: Densidade das espécies do modelo RPS4 HR-A com $N=500$ a partir da iteração 5000 até 10000. Caso excepcional.

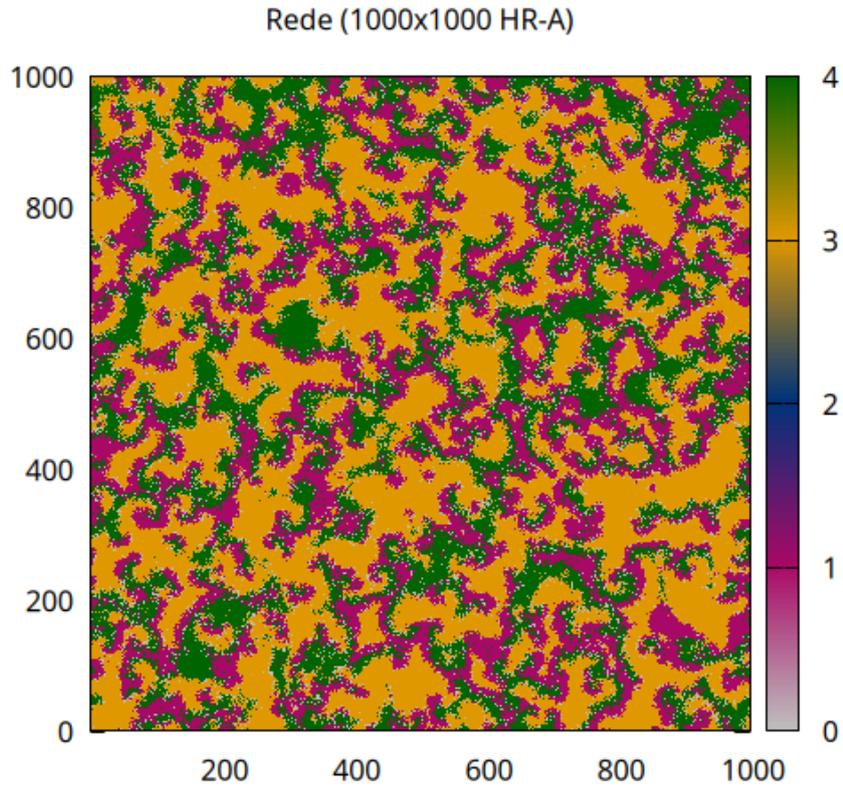


Figura 3.69: Rede do modelo RPS4 HR-A com $N=1000$ depois de 10 mil iterações. Caso excepcional.

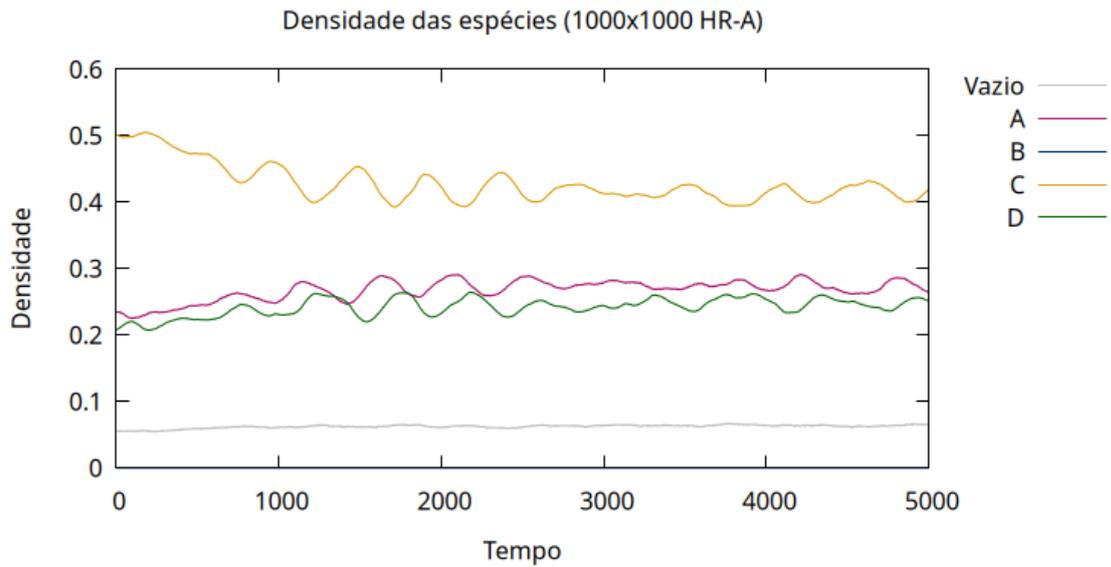


Figura 3.70: Densidade das espécies do modelo RPS4 HR-A com $N=1000$ a partir da iteração 5000 até 10000. Caso excepcional.

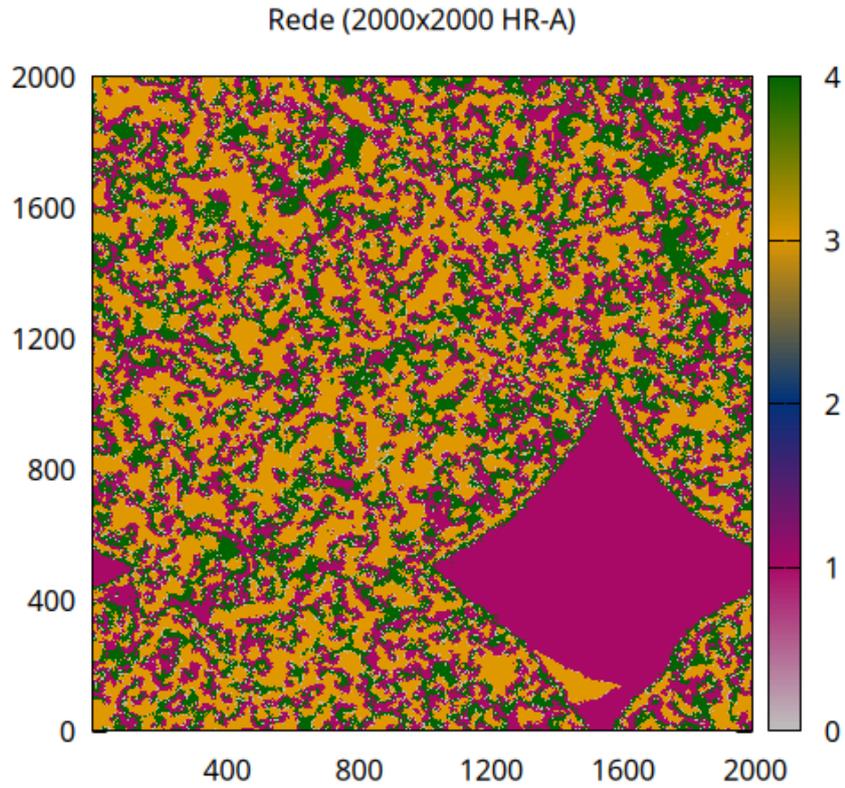


Figura 3.71: Rede do modelo RPS4 HR-A com $N=2000$ depois de 10 mil iterações. Caso excepcional.

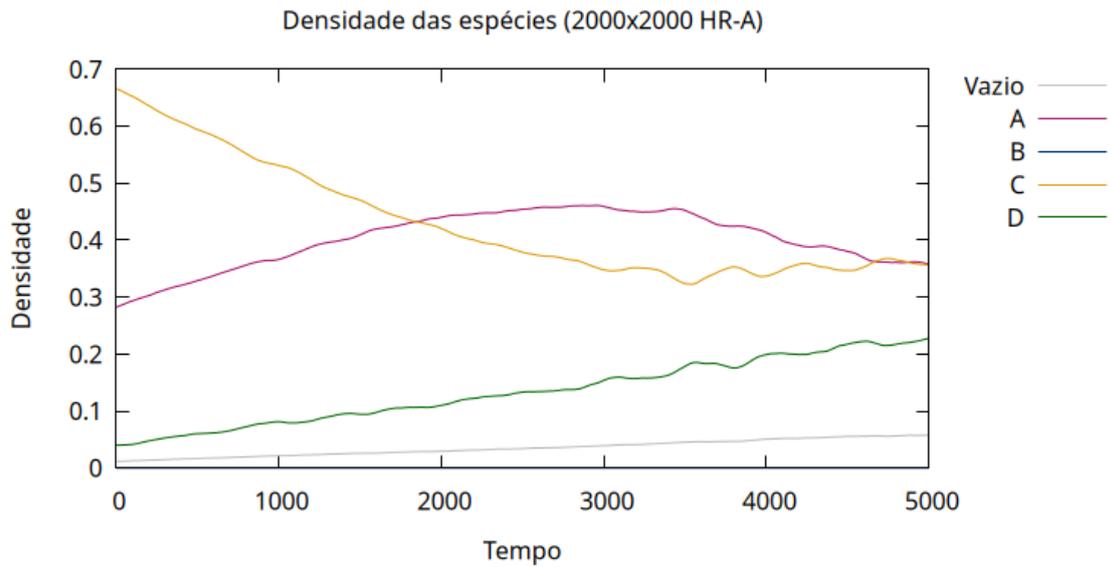


Figura 3.72: Densidade das espécies do modelo RPS4 HR-A com $N=2000$ a partir da iteração 5000 até 10000. Caso excepcional.

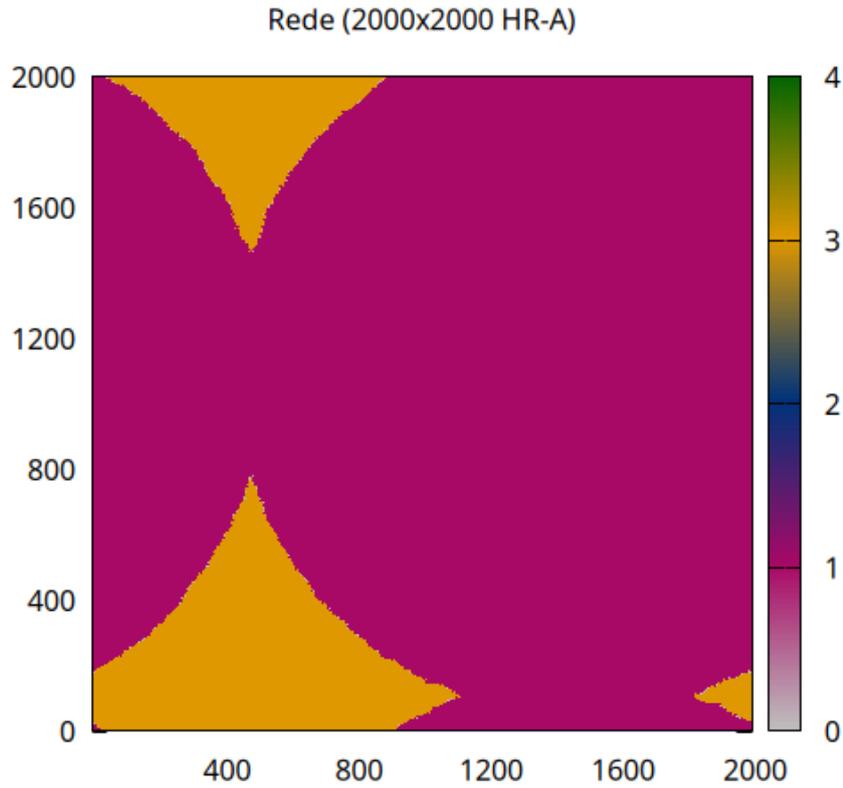


Figura 3.73: Rede do modelo RPS4 HR-A com $N=2000$ depois de 10 mil iterações. Caso excepcional.

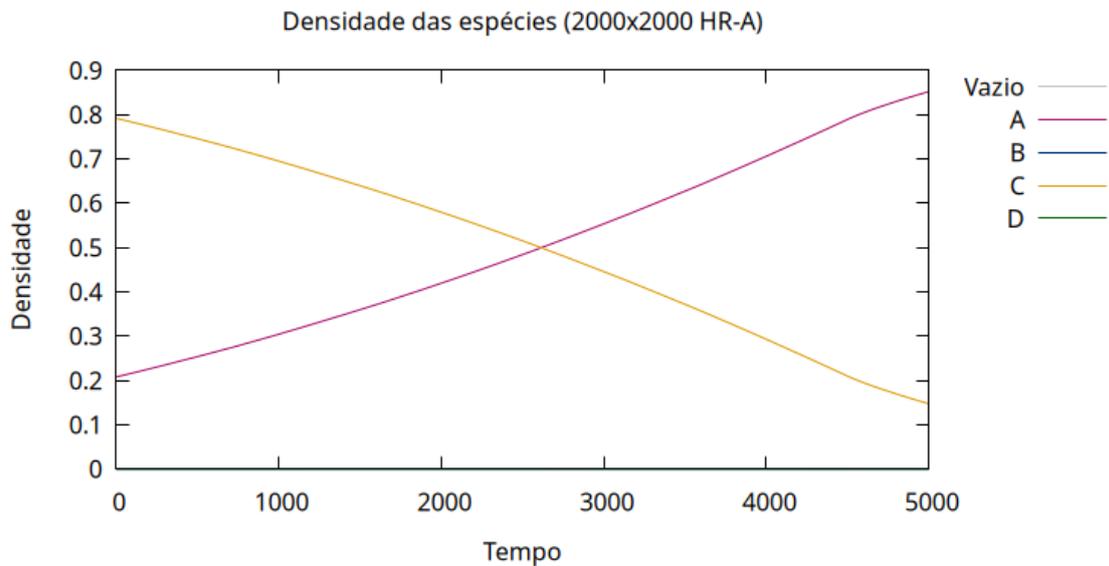


Figura 3.74: Densidade das espécies do modelo RPS4 HR-A com $N=2000$ a partir da iteração 5000 até 10000. Caso excepcional.

Com base nos dados obtidos, podemos descrever o comportamento do modelo RPS4 HR-A pelos seguintes aspectos:

1. Não há biodiversidade.
2. A taxa de sobrevivência apenas da espécie C cresce até $N=200$ e diminui para valores maiores de N .

3.8 RPS4 HR-AB

No modelo RPS4 HR-AB temos somente as espécies A e B com o comportamento altamente reprodutivo. Na tabela 3.8 temos os dados das simulações e já observamos que assim como no RPS4 HR-A não há biodiversidade no presente modelo.

Tabela 3.8: Dados das 1000 simulações do modelo RPS4 HR-AB. A coluna N é a raiz quadrada do tamanho da rede, a **Biodiversidade** é o percentual de simulações em que sobrou todas as 4 espécies, por fim, $S=A$, $S=B$, $S=C$ e $S=D$ é o percentual em que sobrou apenas a espécie A, B, C e D respectivamente.

N	Biodiversidade	S=A	S=B	S=C	S=D
100	0,00 %	0,00 %	0,00 %	1,00 %	99,00 %
200	0,00 %	0,00 %	0,00 %	4,40 %	95,60 %
500	0,00 %	0,00 %	0,10 %	23,20 %	76,70 %
1000	0,00 %	0,00 %	0,20 %	64,80 %	35,00 %
2000	0,00 %	0,00 %	0,40 %	98,20 %	1,30 %

Houve apenas um caso excepcional em todas as simulações, que ocorreu pra $N=2000$ e pode ser visto nas figuras 3.75 e 3.76.

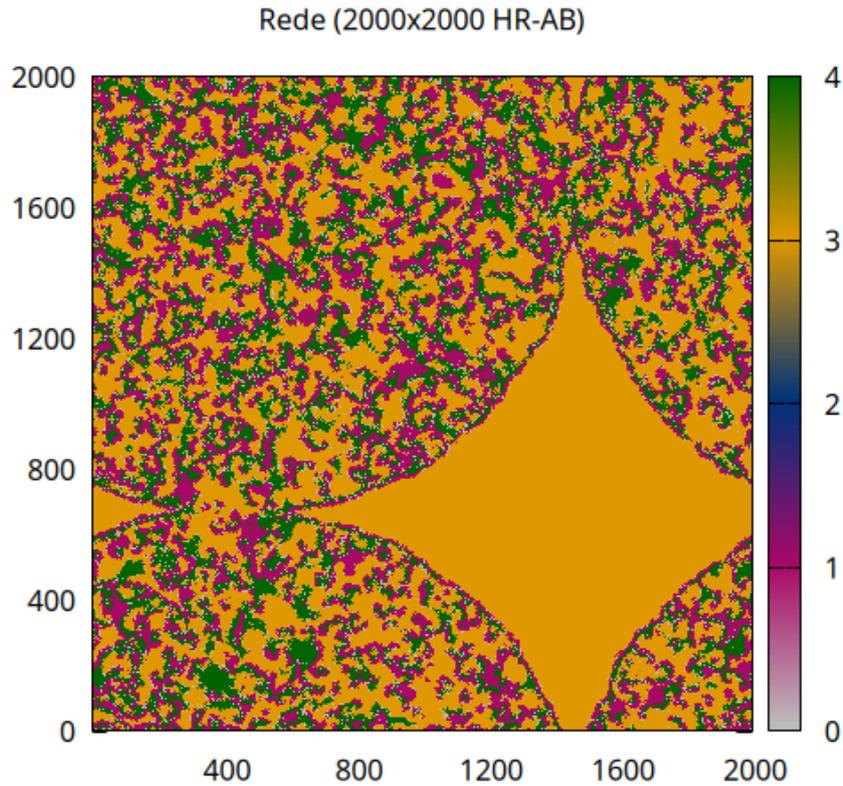


Figura 3.75: Rede do modelo RPS4 HC-A com $N=2000$ depois de 10 mil iterações. Caso excepcional.

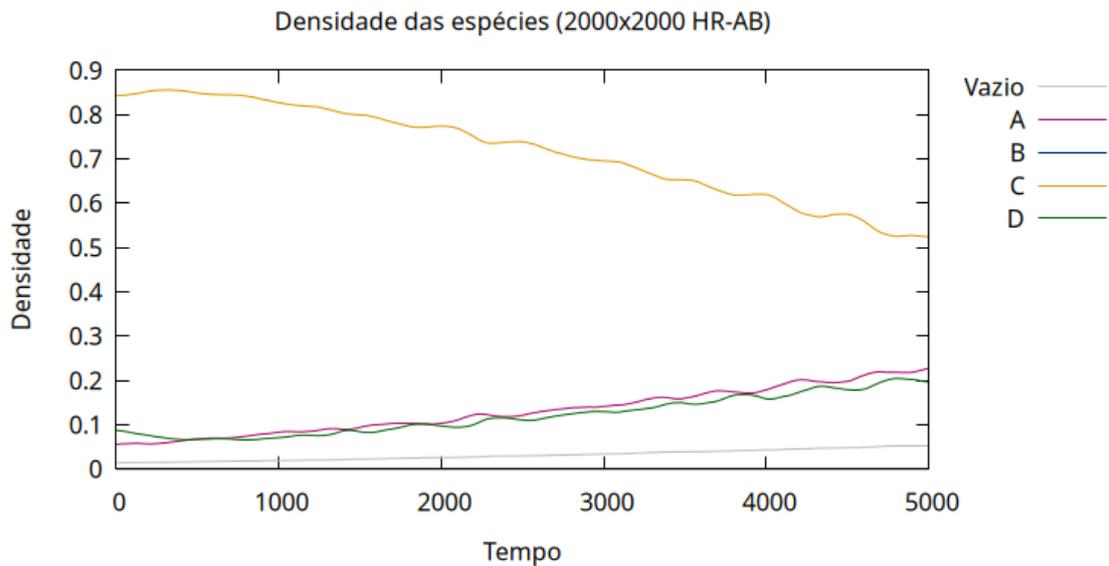


Figura 3.76: Densidade das espécies do modelo RPS4 HC-A com $N=2000$ a partir da iteração 5000 até 10000. Caso excepcional.

Com base nos dados obtidos das simulações, podemos observar os seguintes aspectos do comportamento do modelo RPS4 HR-AB:

1. Não há biodiversidade.
2. A taxa de sobrevivência apenas da espécie C cresce conforme aumenta o parâmetro N.

3.9 RPS4 HR-AC

No modelo RPS4 HR-AC, temos as espécies A e C com a característica de serem altamente reprodutivas, ou seja, temos essa característica para um par de predação mútua. Na tabela 3.9 temos os dados de biodiversidade e de sobrevivência exclusiva de uma espécie.

Tabela 3.9: Dados das 1000 simulações do modelo RPS4 HR-AC. A coluna **N** é a raiz quadrada do tamanho da rede, a **Biodiversidade** é o percentual de simulações em que sobrou todas as 4 espécies, por fim, **S=A**, **S=B**, **S=C** e **S=D** é o percentual em que sobrou apenas a espécie A, B, C e D respectivamente.

N	Biodiversidade	S=A	S=B	S=C	S=D
100	10,90 %	19,80 %	25,40 %	19,20 %	24,00 %
200	93,30 %	1,20 %	1,50 %	2,30 %	1,30 %
500	100 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
1000	100 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
2000	100 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %

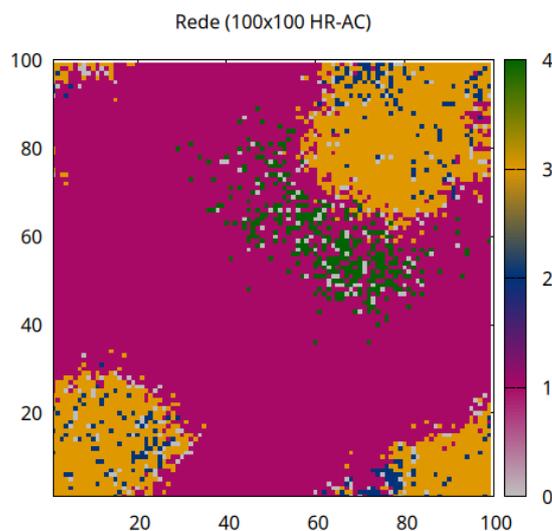


Figura 3.77: Rede do modelo RPS4 HR-AC com N=100 depois de 10 mil iterações.

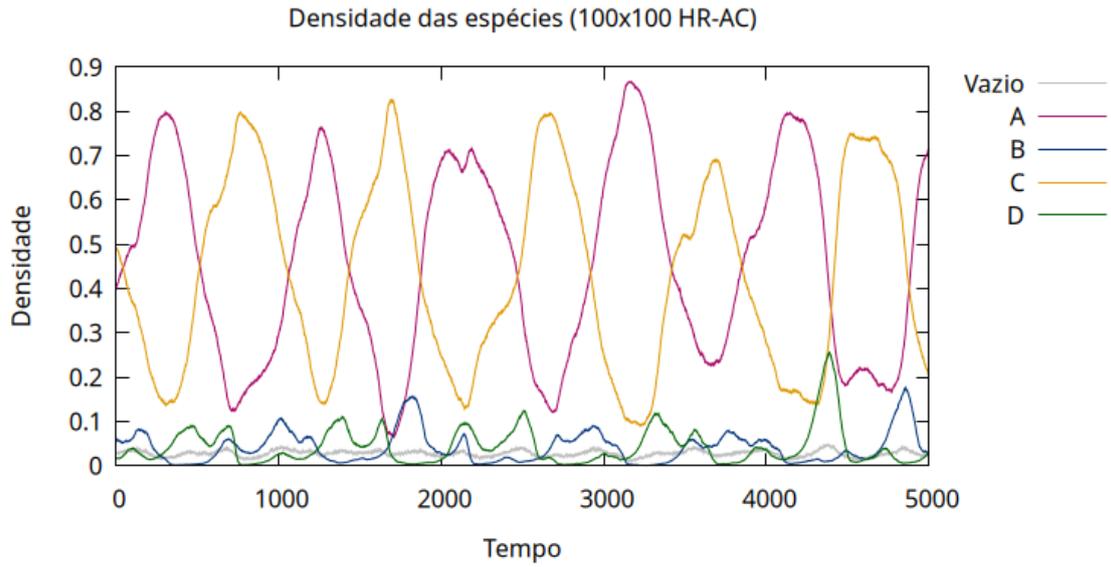


Figura 3.78: Densidade das espécies do modelo RPS4 HR-AC com $N=100$ a partir da iteração 5000 até 10000.

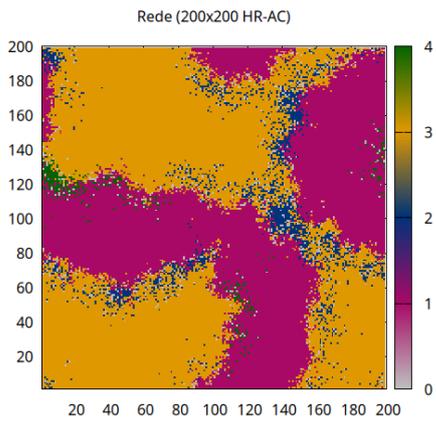


Figura 3.79: Rede do modelo RPS4 HR-AC com $N=200$ depois de 10 mil iterações.

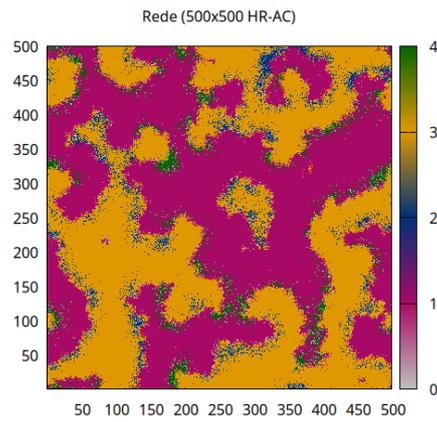


Figura 3.80: Rede do modelo RPS4 HR-AC com $N=500$ depois de 10 mil iterações.

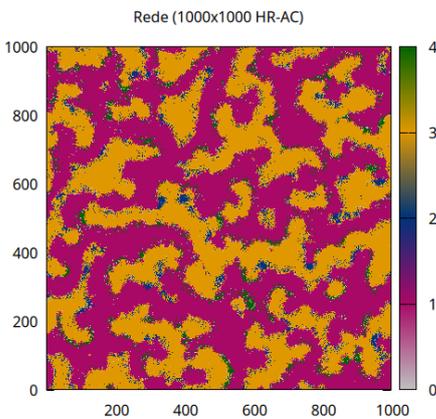


Figura 3.81: Rede do modelo RPS4 HR-AC com $N=1000$ depois de 10 mil iterações.

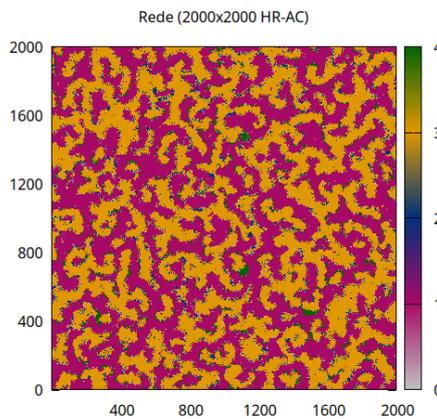


Figura 3.82: Rede do modelo RPS4 HR-AC com $N=2000$ depois de 10 mil iterações.

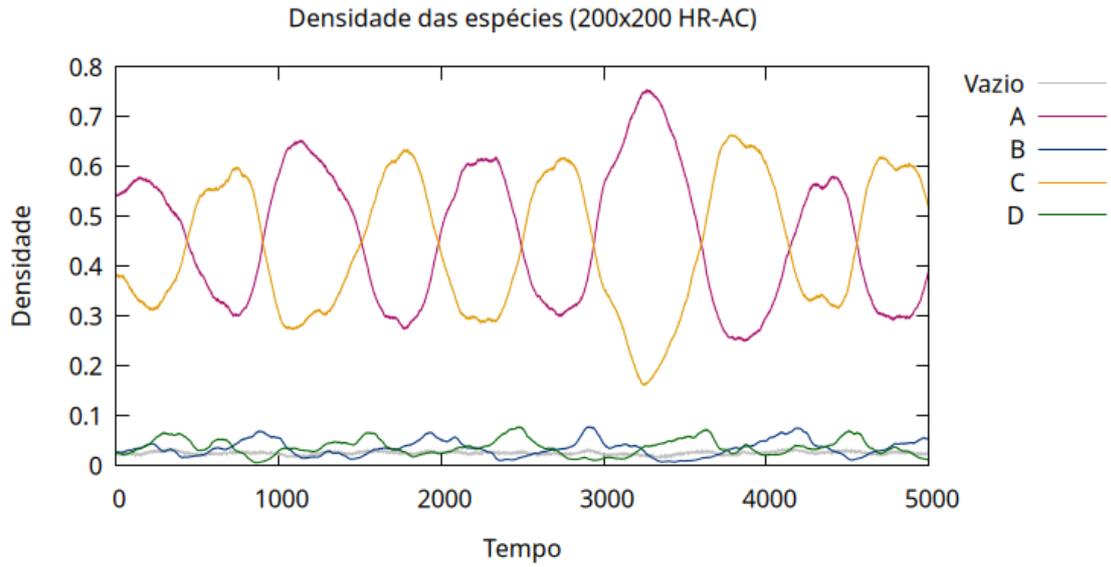


Figura 3.83: Densidade das espécies do modelo RPS4 HR-AC com $N=200$ a partir da iteração 5000 até 10000.

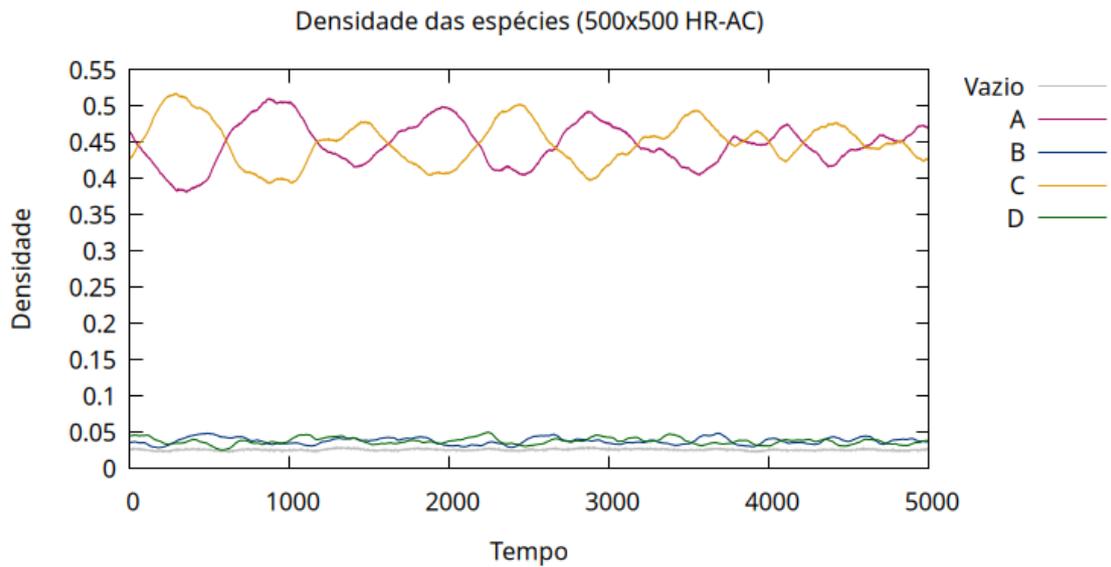


Figura 3.84: Densidade das espécies do modelo RPS4 HR-AC com $N=500$ a partir da iteração 5000 até 10000.

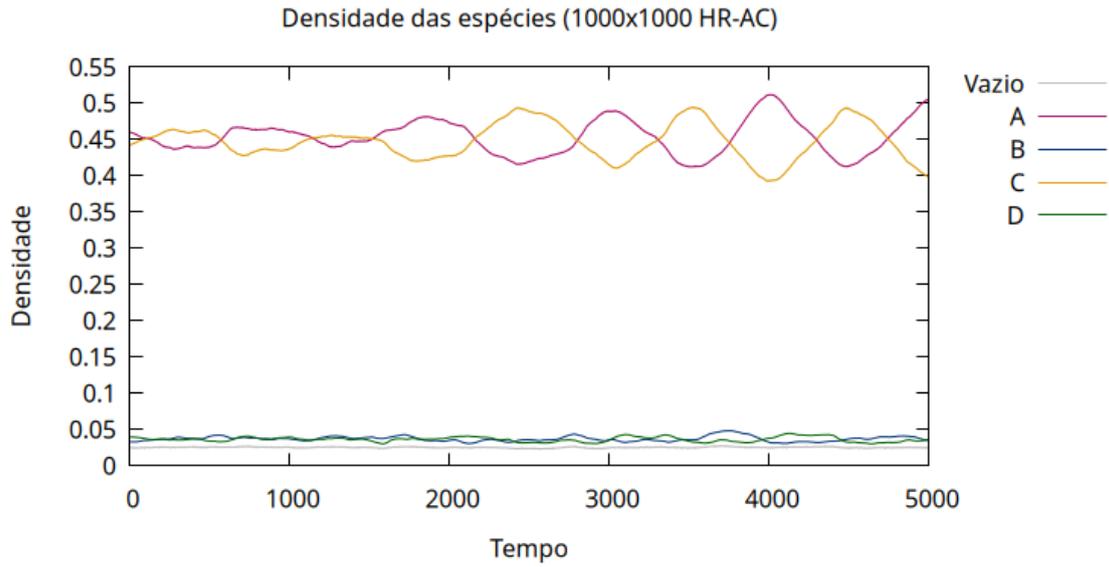


Figura 3.85: Densidade das espécies do modelo RPS4 HR-AC com $N=1000$ a partir da iteração 5000 até 10000.

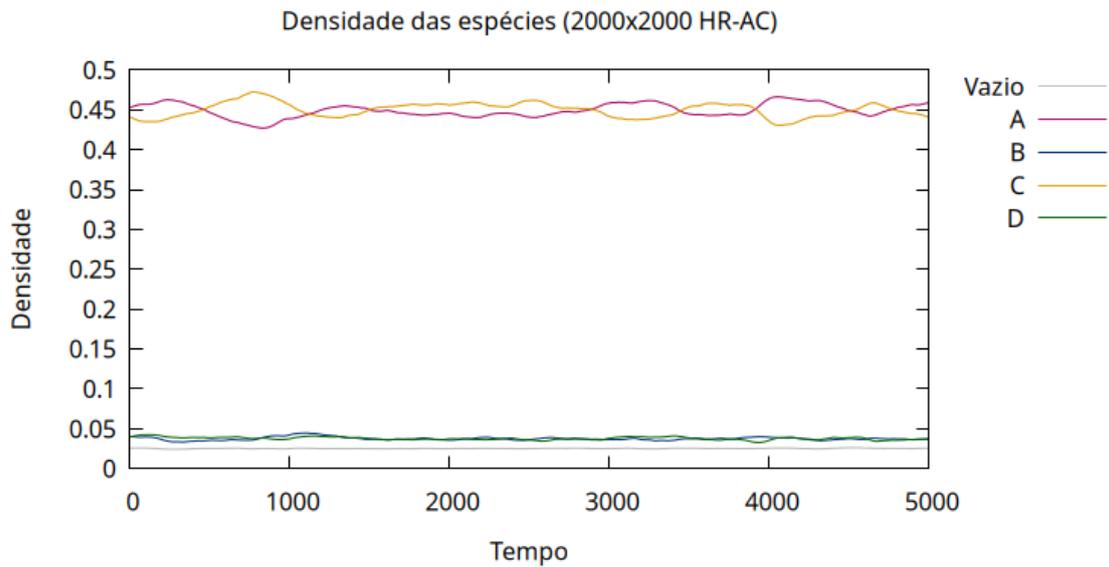


Figura 3.86: Densidade das espécies do modelo RPS4 HR-AC com $N=2000$ a partir da iteração 5000 até 10000.

Houve alguns casos excepcionais que não foram capturados pelo filtro para compor a tabela 3.9, nos quais para $N=100$ foram 0,70% das 1000 simulações e para $N=200$ foram 0,40% das 1000 simulações. Veja as figuras 3.87, 3.88, 3.89 e 3.90 para estes casos.

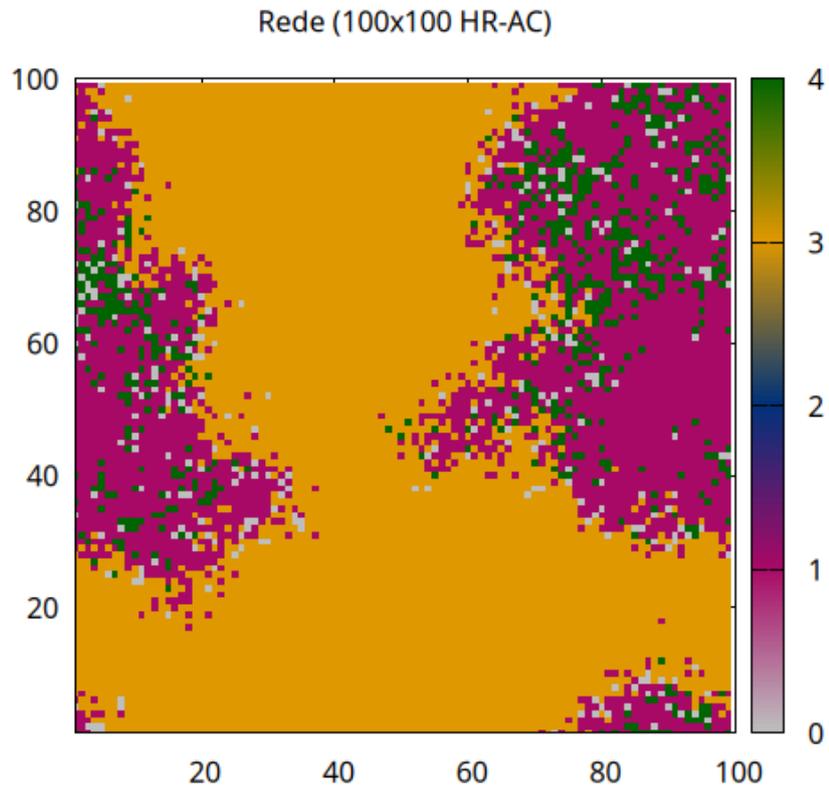


Figura 3.87: Rede do modelo RPS4 HR-AC com $N=100$ depois de 10 mil iterações. Caso excepcional.

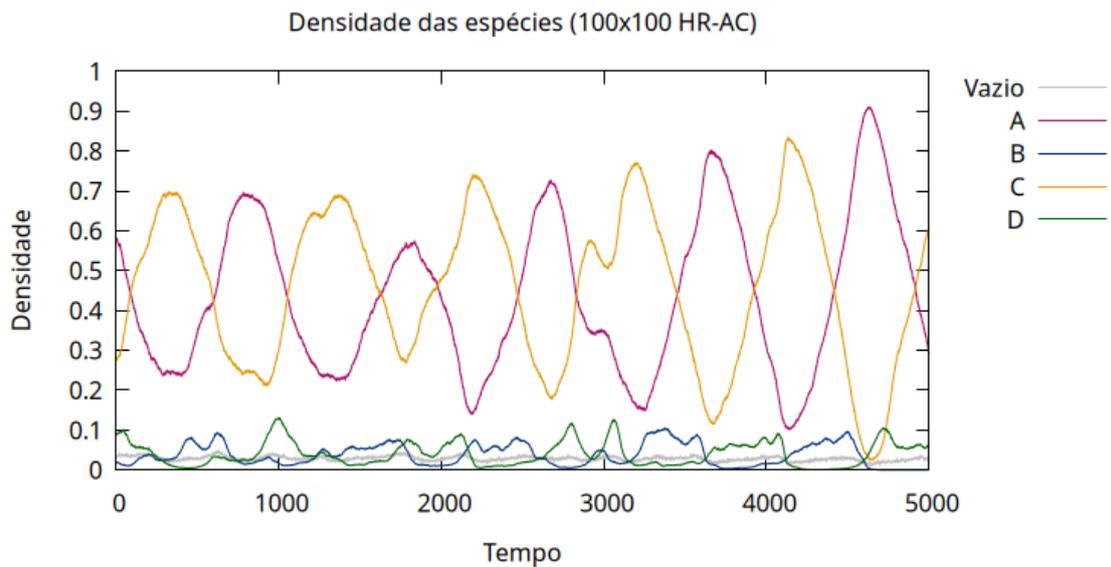


Figura 3.88: Densidade das espécies do modelo RPS4 HR-AC com $N=100$ a partir da iteração 5000 até 10000. Caso excepcional.

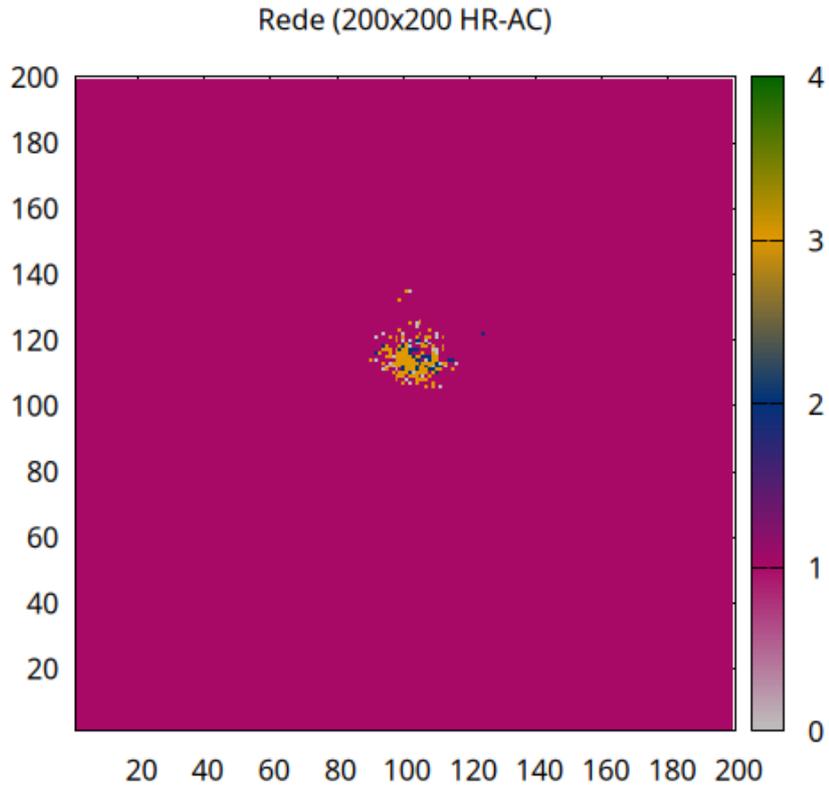


Figura 3.89: Rede do modelo RPS4 HR-AC com $N=200$ depois de 10 mil iterações. Caso excepcional.

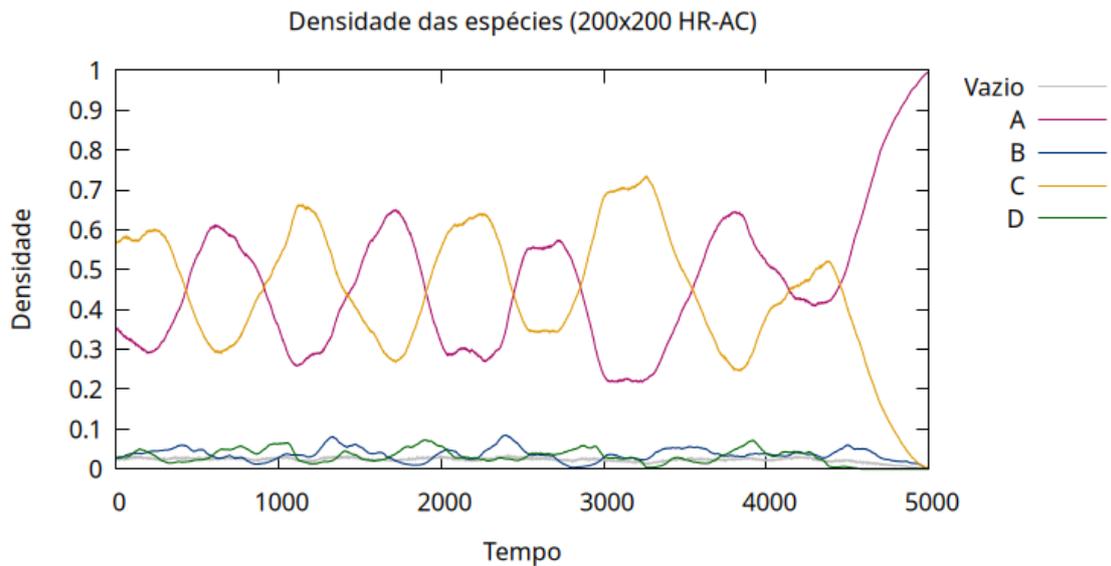


Figura 3.90: Densidade das espécies do modelo RPS4 HR-AC com $N=200$ a partir da iteração 5000 até 10000. Caso excepcional.

Com base nos dados obtidos nas simulações, podemos constatar os seguintes aspectos do comportamento do modelo RPS4 HR-AC (os mesmos do HC-AC):

1. O modelo praticamente mantém a biodiversidade.
2. O modelo não apresenta o padrão de espirais como no RPS4 padrão.
3. As espécies A e C mantêm a maior quantidade e as espécies B e D mantêm a menor quantidade.
4. A amplitude de oscilação tende a diminuir conforme aumentamos o N.

3.10 RPS4 HR-ABC

No modelo RPS4 HR-ABC, temos apenas as espécies A, B e C com comportamento altamente reprodutivo, ou seja, além do par de predação mútua A e C, temos também a espécie C como altamente reprodutiva. Na tabela 3.10 podemos notar que não há biodiversidade no modelo RPS4 HR-ABC, contudo ainda é possível observar um aspecto que consiste no crescimento da taxa de sobrevivência apenas da espécie C e na diminuição da taxa de sobrevivência apenas da espécie D conforme aumenta o valor do parâmetro N.

Tabela 3.10: Dados das 1000 simulações do modelo RPS4 HR-ABC. A coluna **N** é a raiz quadrada do tamanho da rede, a **Biodiversidade** é o percentual de simulações em que sobrou todas as 4 espécies, por fim, **S=A**, **S=B**, **S=C** e **S=D** é o percentual em que sobrou apenas a espécie A, B, C e D respectivamente.

N	Biodiversidade	S=A	S=B	S=C	S=D
100	0,00 %	0,00 %	0,00 %	1,70 %	98,30 %
200	0,00 %	0,00 %	0,00 %	3,30 %	96,70 %
500	0,00 %	0,00 %	0,00 %	18,30 %	81,70 %
1000	0,00 %	0,00 %	0,00 %	58,00 %	42,00 %
2000	0,00 %	0,00 %	0,00 %	97,10 %	2,80 %

Houve apenas um caso excepcional em todas as simulações do modelo RPS4 HR-ABC, que ocorreu para **N=2000**. Veja as figuras 3.91 e 3.92.

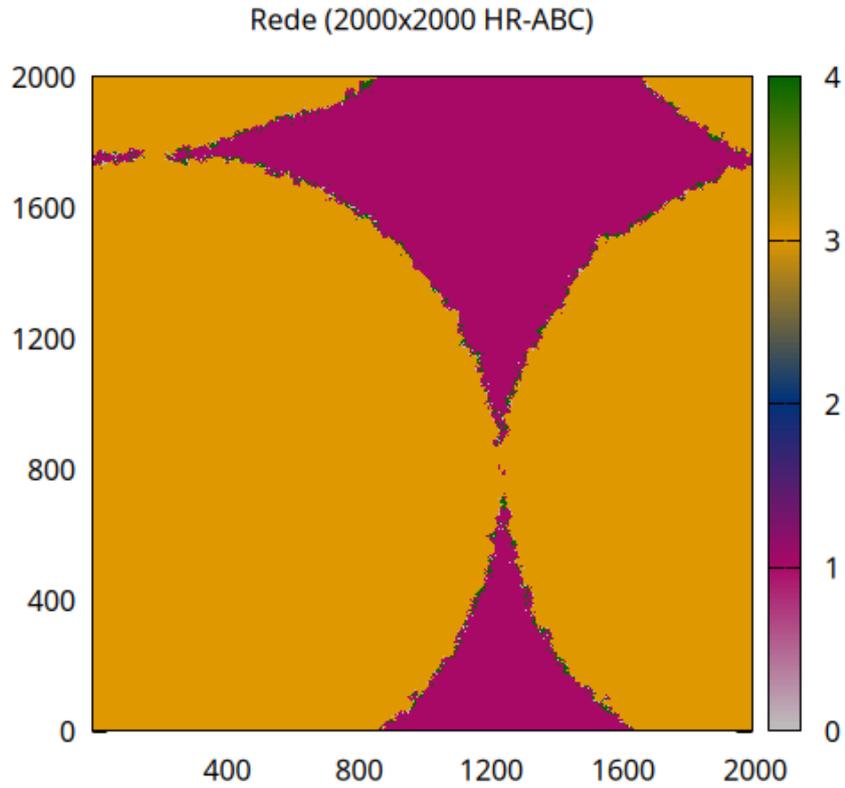


Figura 3.91: Rede do modelo RPS4 HR-ABC com $N=2000$ depois de 10 mil iterações. Caso excepcional.

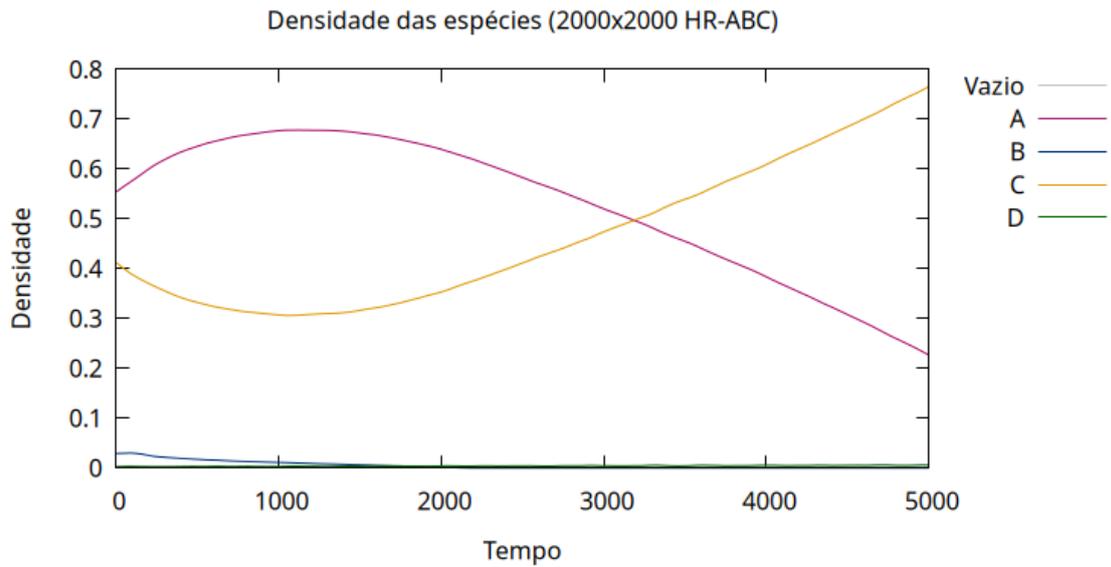


Figura 3.92: Densidade das espécies do modelo RPS4 HR-ABC com $N=2000$ a partir da iteração 5000 até 10000. Caso excepcional.

3.11 RPS4 HR-ABCD

Por fim, o último modelo, aqui denominado por RPS4 HR-ABCD, em que consiste em todas as espécies com comportamento altamente reprodutivo. Na tabela 3.11 temos os dados acerca das 1000 simulações. Foi observado que o modelo tem biodiversidade em quase todos os valores de N , exceto para $N=100$, que mesmo assim é um valor elevado.

Tabela 3.11: Dados das 1000 simulações do modelo RPS4 HR-ABCD. A coluna N é a raiz quadrada do tamanho da rede, a **Biodiversidade** é o percentual de simulações em que sobrou todas as 4 espécies, por fim, $S=A$, $S=B$, $S=C$ e $S=D$ é o percentual em que sobrou apenas a espécie A, B, C e D respectivamente.

N	Biodiversidade	S=A	S=B	S=C	S=D
100	87,40 %	3,70 %	3,10 %	3,60 %	2,10 %
200	100 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
500	100 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
1000	100 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
2000	100 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %

Apenas nas figuras 3.55 e 3.56 não é nítido o padrão de espirais, apesar da densidade no decorrer do tempo também oscilar e haver um ponto ou região no canto superior esquerdo da figura 3.55 que pode sugerir uma espiral. Contudo, em todas as outras imagens desse modelo é observado o padrão de espirais que consta no RPS4 padrão.

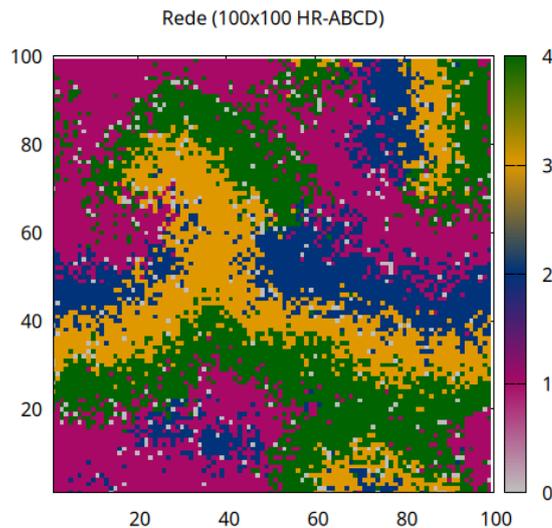


Figura 3.93: Rede do modelo RPS4 HR-ABCD com $N=100$ depois de 10 mil iterações.

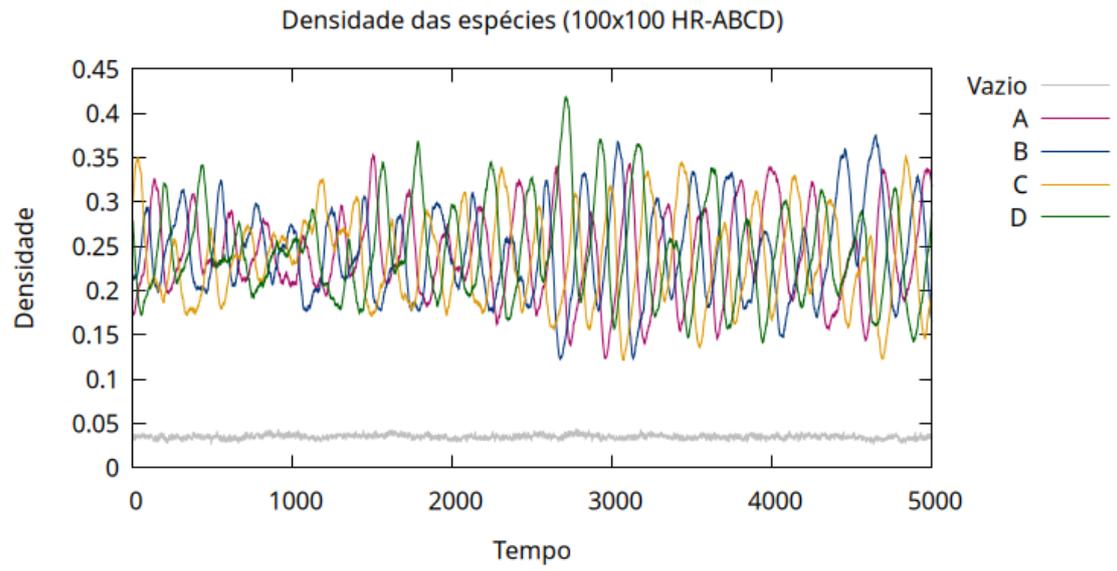


Figura 3.94: Densidade das espécies do modelo RPS4 HR-ABCD com $N=100$ a partir da iteração 5000 até 10000.

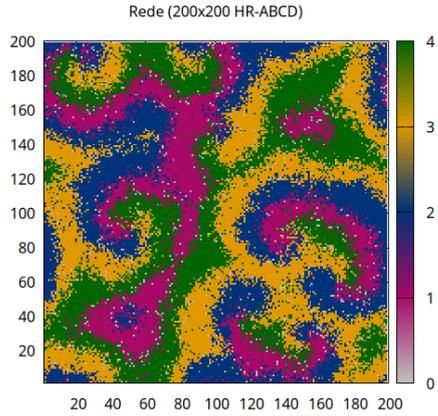


Figura 3.95: Rede do modelo RPS4 HR-ABCD com $N=200$ depois de 10 mil iterações.

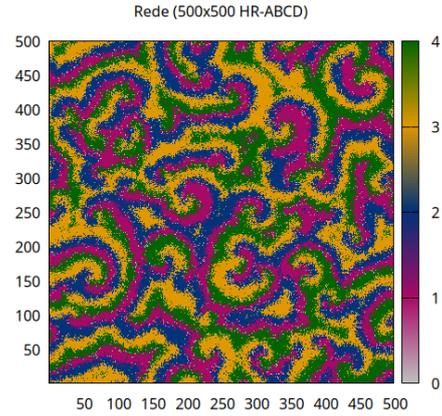


Figura 3.96: Rede do modelo RPS4 HR-ABCD com $N=500$ depois de 10 mil iterações.

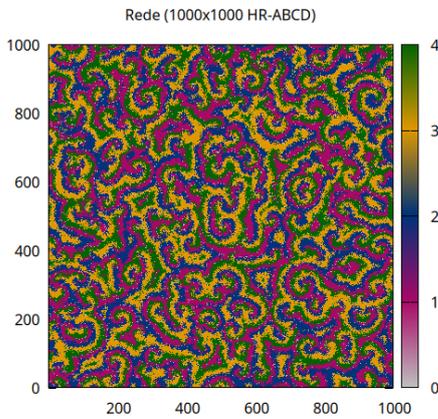


Figura 3.97: Rede do modelo RPS4 HR-ABCD com $N=1000$ depois de 10 mil iterações.

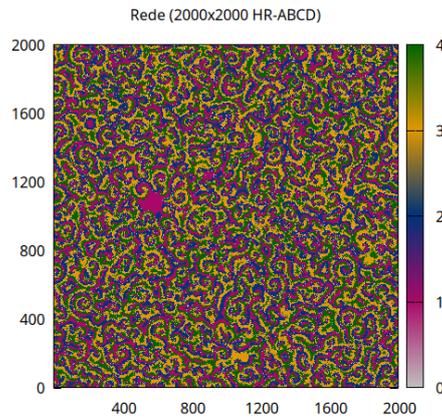


Figura 3.98: Rede do modelo RPS4 HR-ABCD com $N=2000$ depois de 10 mil iterações.

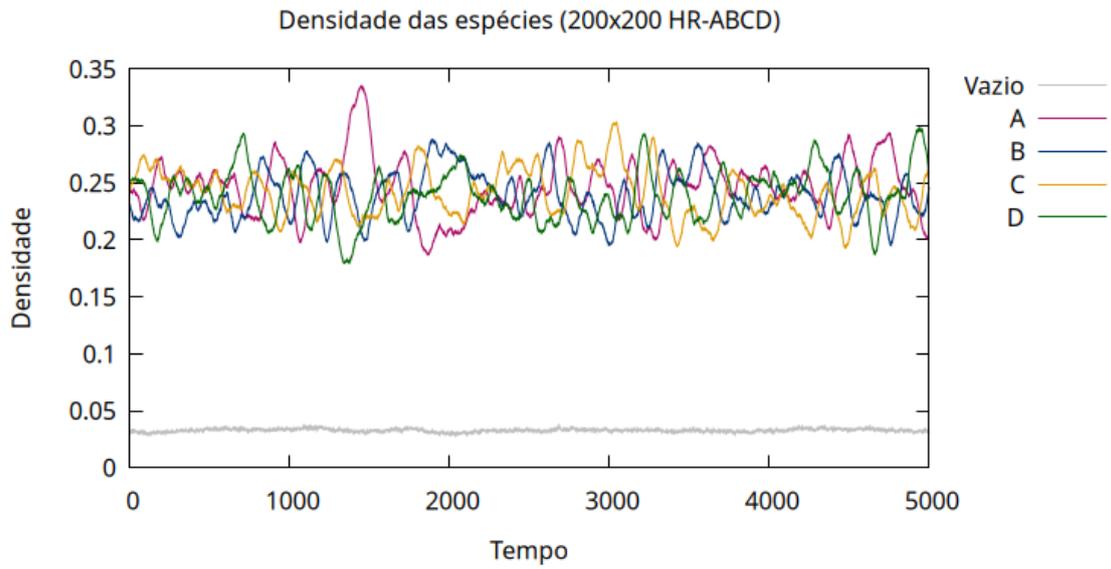


Figura 3.99: Densidade das espécies do modelo RPS4 HR-ABCD com $N=200$ a partir da iteração 5000 até 10000.

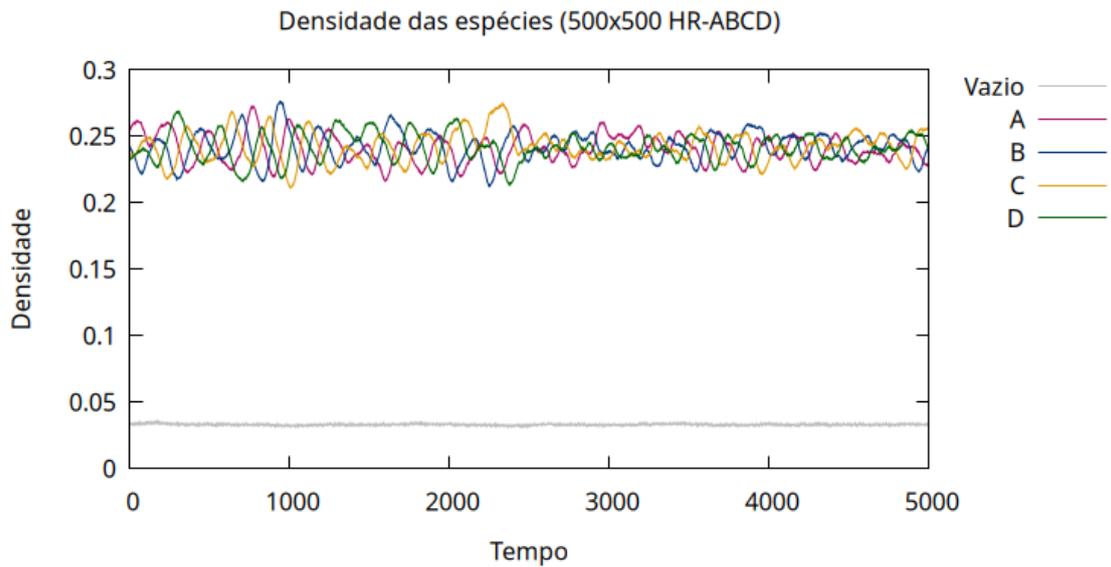


Figura 3.100: Densidade das espécies do modelo RPS4 HR-ABCD com $N=500$ a partir da iteração 5000 até 10000.

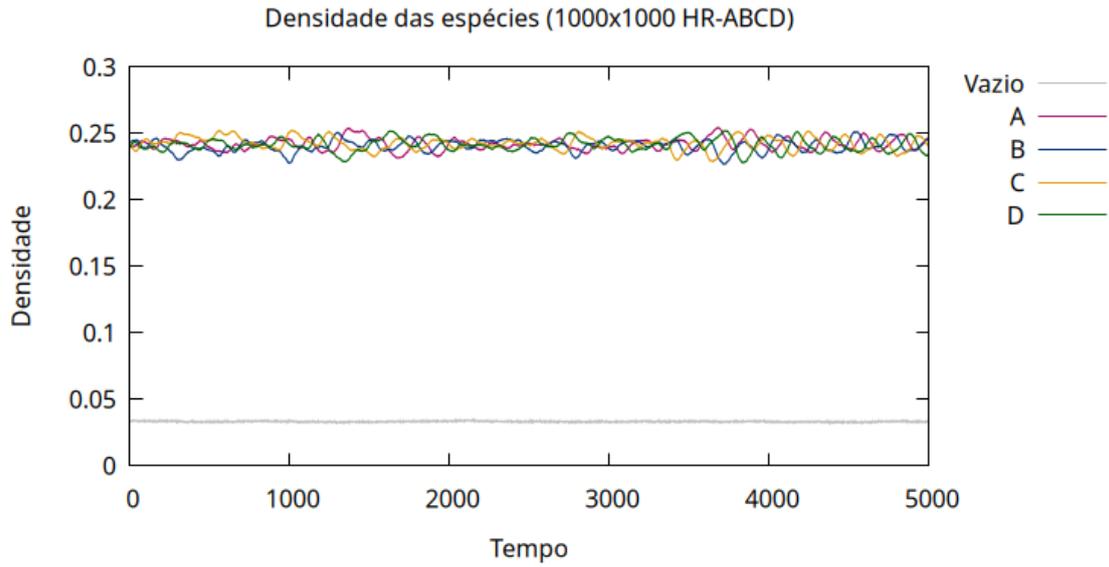


Figura 3.101: Densidade das espécies do modelo RPS4 HR-ABCD com $N=1000$ a partir da iteração 5000 até 10000.

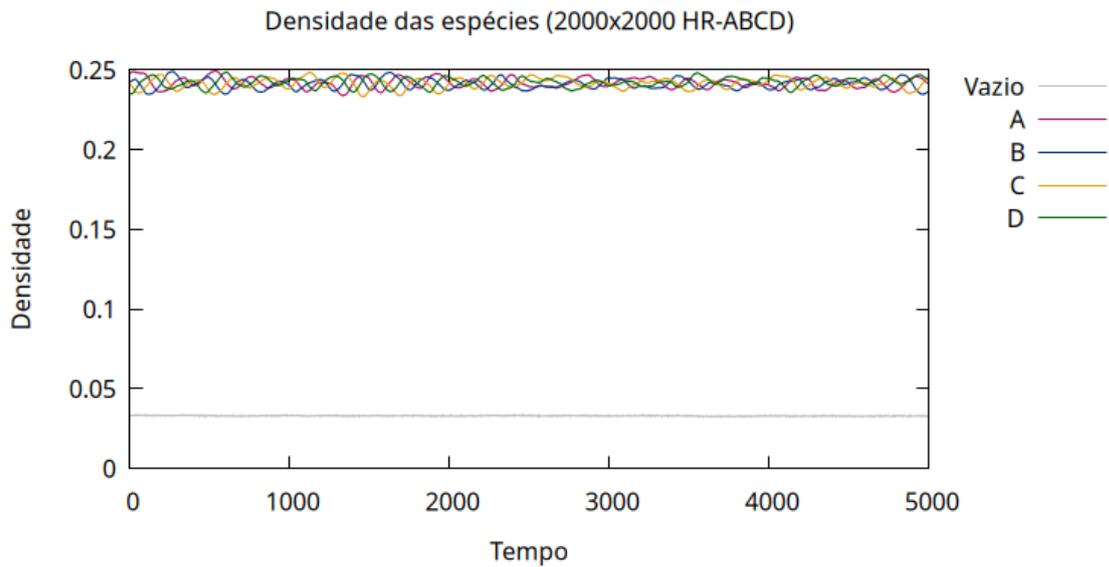


Figura 3.102: Densidade das espécies do modelo RPS4 HR-ABCD com $N=2000$ a partir da iteração 5000 até 10000.

De todas as simulações, houve apenas uma que não foi catalogada pela tabela 3.6 e, aqui consta como um caso excepcional que não tem relevância, pois ocorreu para $N=100$ e todas as outras simulações para $N > 100$ obtiveram biodiversidade. Nas figuras 3.103 e 3.104 podemos ver o comportamento desse caso.

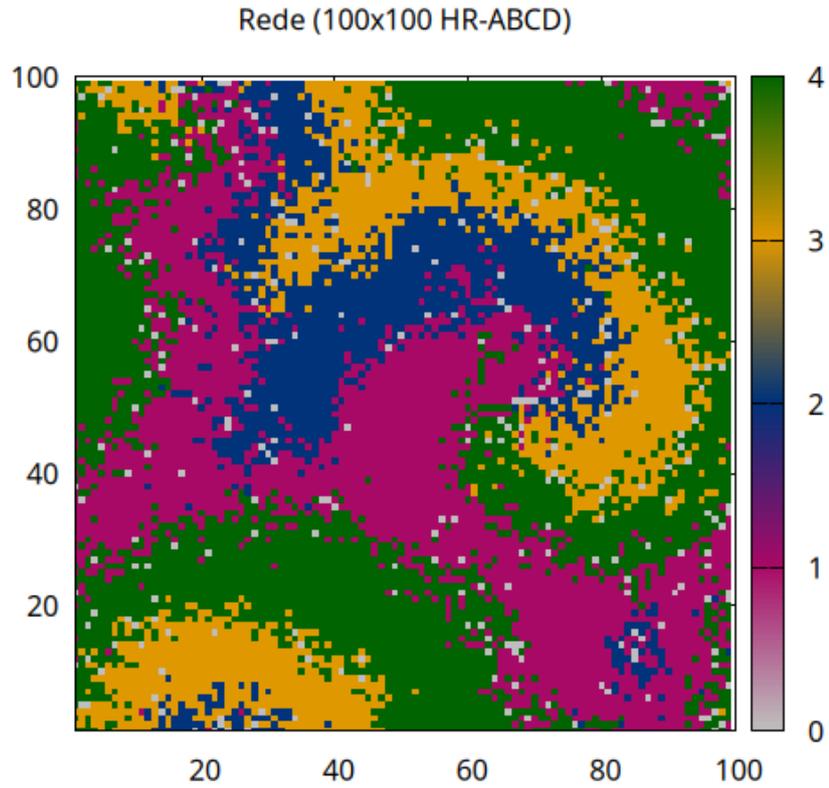


Figura 3.103: Rede do modelo RPS4 HR-ABCD com $N=100$ depois de 10 mil iterações. Caso excepcional.

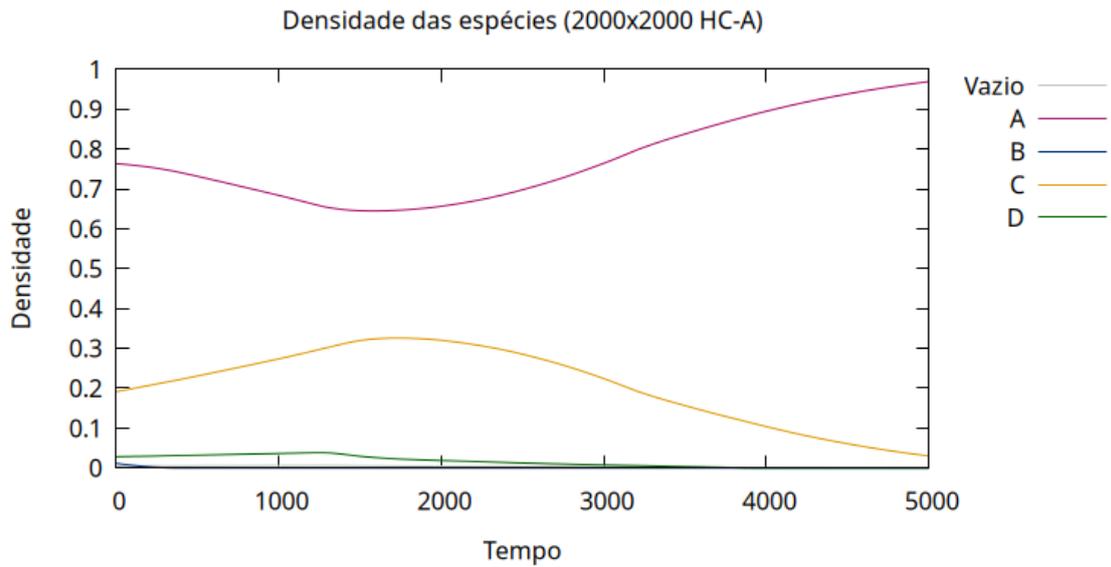


Figura 3.104: Densidade das espécies do modelo RPS4 HR-ABCD com $N=100$ a partir da iteração 5000 até 10000. Caso excepcional.

Capítulo 4

Perspectivas Futuras

4.1 RPS4 HC-A e seu comportamento

Observamos que o modelo RPS4 HC-A tem uma relação de aumento da biodiversidade com o aumento do parâmetro N , contudo não foi encontrado o valor de N para 100% de biodiversidade nas simulações, além disso, o aumento e queda na taxa de sobrevivência de uma única espécie se mostra uma característica interessante para ser quantificada.

Os resultados do presente trabalho levam a hipótese de que se houver um aumento do parâmetro N , então podemos chegar ao percentual de 100% de biodiversidade no modelo RPS4 HC-A, o que fica para um trabalho futuro.

Com atenção as taxa de permanência de uma única espécie ao final das simulações, notamos que há um crescimento e depois uma diminuição, com isso, faz-se necessário mais simulações para identificar o valor de N em que ocorre a mudança do crescimento para a diminuição do percentual, isso pode ser feito associando uma função a esse comportamento e identificado o N em que a derivado é zero, claro, esse processo deve ser feito em todas as 4 espécies.

4.2 RPS4 HC-AC e seu comportamento

No modelo RPS4 HC-AC os resultados não são de todo semelhantes com o RPS4 padrão, contudo ainda pode ser encontrado alguns pontos ou regiões em que há presença de todas as espécies, portanto faz-se necessário verificar se há, de fato, um padrão de espirais ou não nesse modelo.

Uma forma de verificar a existência ou não do padrão de espirais é observar o desenvolvimento da rede numa simulação em que há biodiversidade. Como o escopo do presente trabalho se refere apenas à coleta do estado final da rede e do desenvolvimento das densidades no decorrer do tempo, essa análise fica para um trabalho posterior.

4.3 A semelhança entre o RPS4 HC-AC e HR-AC

Os modelos em que há alta reatividade em um dos pares de predação mútua apresentam comportamento semelhantes, independente da ação de competição ou de reprodução, em que observamos que espécies A e C mantêm a maior quantidade e as espécies B e D mantêm a menor quantidade. Podemos comparar em que ponto (valor de N) a amplitude de oscilação é a mesma e se há uma relação entre esses pontos ou, até mesmo, se são iguais.

4.4 RPS4 HR-A e seu comportamento

Mesmo que não tenha sido observado a biodiversidade no modelo RPS4 HR-A, foi visto que obtemos 100% de sobrevivência apenas da espécie C com $N=200$ e, para um valores menores e maiores obtemos um percentual menor que 100%, ou seja, podemos simular com valores $N < 100$ e $N > 2000$ para verificar se o percentual diminui.

4.5 RPS4 HR-AB e seu comportamento

No modelo RPS4 HR-AB não foi obtido simulações com biodiversidade, mas houve um aumento da taxa de sobrevivência apenas de C e uma diminuição da sobrevivência apenas de D, isso acompanhado do aumento do parâmetro N .

Sabendo que a soma das taxas de sobrevivência apenas de C e D é praticamente 100%, podemos associar funções ao comportamento do percentual de cada espécie e identificar o ponto em comum, ou seja, podemos identificar o ponto em que a taxa de sobrevivência destas espécies chegam a aproximadamente 50%. Olhando os dados desse modelo, inicialmente podemos ver que o N desejado está entre 500 e 1000. Outra forma de encontrar o ponto desejado é realizar varias simulações com diferentes valores de N , semelhante a uma busca binária.

4.6 RPS5 e sua variações

Uma vez que foi feito as variações do RPS4 padrão considerando as ações altamente reativas a partir do que foi observado em biodiversidade em [2], pode ser realizado o mesmo para o RPS5, que é o modelo RPS com 5 espécies e com uma regra de predação que no padrão tem como característica a biodiversidade e o padrão de espirais.

Considerações Finais

Neste trabalho abordamos o modelo RPS4 altamente reativo nas duas ações, a saber, competição e reprodução. Iniciamos com a implementação do código para todos os modelos possíveis, após isso, as execuções foram realizadas com diferentes valores do parâmetro N (em que $N * N$ é o tamanho da rede). Após a execução com $N = 500$, $N = 1000$ e $N = 2000$ foi identificado que o comportamento de alguns modelos como o HC-A e HR-AB apresentam um comportamento que pode ser identificado com a diminuição do parâmetro N . Foi optado por realizar todas as simulações novamente para $N = 100$ e $N = 200$, dessa forma, foi possível, em alguns casos, observar um crescimento da taxa de biodiversidade.

Referências Bibliográficas

- [1] B. Kerr, M. A. Riley, M. W. Feldman, and B. J. Bohannan, “Local dispersal promotes biodiversity in a real-life game of rock–paper–scissors,” *Nature*, vol. 418, no. 6894, pp. 171–174, 2002.
- [2] P. P. Avelino, D. Bazeia, L. Losano, J. Menezes, and B. F. Oliveira, “Junctions and spiral patterns in generalized rock-paper-scissors models,” *Phys. Rev. E*, vol. 86, p. 036112, Sep 2012.
- [3] Y. Holovatch, R. Kenna, and S. Thurner, “Complex systems: physics beyond physics,” *European Journal of Physics*, vol. 38, p. 023002, feb 2017.
- [4] Y. Bar-Yam, “From big data to important information,” *Complexity*, vol. 21, no. S2, pp. 73–98, 2016.
- [5] A. Rutherford, D. Harmon, J. Werfel, A. S. Gard-Murray, S. Bar-Yam, A. Gros, R. Xulvi-Brunet, and Y. Bar-Yam, “Good fences: The importance of setting boundaries for peaceful coexistence,” *PLOS ONE*, vol. 9, pp. 1–1, 05 2014.
- [6] M. Lim, R. Metzler, and Y. Bar-Yam, “Global pattern formation and ethnic/cultural violence,” *Science*, vol. 317, no. 5844, pp. 1540–1544, 2007.
- [7] P. P. Avelino, B. F. de Oliveira, and R. S. Trintin, “Performance of weak species in the simplest generalization of the rock-paper-scissors model to four species,” *Phys. Rev. E*, vol. 101, p. 062312, Jun 2020.
- [8] S. Thurner, P. Klimek, and R. Hanel, *Introduction to the Theory of Complex Systems*. Oxford University Press, 09 2018.
- [9] I. Gleria, R. Matsushita, and S. D. Silva, “Sistemas complexos, criticalidade e leis de potência,” *Revista Brasileira de Ensino de Física*, vol. 26, no. 2, p. 99–108, 2004.
- [10] A. J. Lotka, “Analytical note on certain rhythmic relations in organic systems,” *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 6, no. 7, pp. 410–415, 1920.
- [11] V. Volterra, “Fluctuations in the abundance of a species considered mathematically,” *Nature*, vol. 118, pp. 558–560, Oct 1926.

- [12] R. M. May and W. J. Leonard, “Nonlinear aspects of competition between three species,” *SIAM Journal on Applied Mathematics*, vol. 29, no. 2, pp. 243–253, 1975.
- [13] T. Reichenbach, M. Mobilia, and E. Frey, “Mobility promotes and jeopardizes biodiversity in rock–paper–scissors games,” *Nature*, vol. 448, pp. 1046–1049, Aug 2007.
- [14] H. Shi, W.-X. Wang, R. Yang, and Y.-C. Lai, “Basins of attraction for species extinction and coexistence in spatial rock-paper-scissors games,” *Phys. Rev. E*, vol. 81, p. 030901, Mar 2010.
- [15] D. Bazeia, M. J. B. Ferreira, B. F. Oliveira, and W. A. dos Santos, “Monitoring biodiversity on highly reactive rock-paper-scissors models,” 2023. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=4887492> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.4887492>.